

El *Cuadernillo de actividades para el desarrollo de habilidades matemáticas de primer grado de secundaria* fue desarrollado por la Secretaría de Educación de Guanajuato.

***Secretaría de Educación de Guanajuato***

Primera edición, 2011

Secretaría de Educación de Guanajuato, 2011  
Conjunto Administrativo Pozuelos s/n, Centro,  
36000, Guanajuato, Gto.

Impreso en México  
Distribución Gratuita – Prohibida su venta

## Estimados alumnos y alumnas:

Cuando practicas un deporte y quieres llegar a destacar en él, entrenas constantemente para llegar a ser el mejor. Por ejemplo, para jugar bien al fútbol, es importante saber recibir el balón, dar pases correctamente y anotar goles.

Con las matemáticas ocurre algo muy similar: para poder resolver problemas, algo que te puede ayudar de manera significativa es seguir el proceso de matematización, que consiste de cinco pasos sencillos:

1. **Identificar un problema de tu entorno que pueda ser tratado como un problema matemático**, desde situaciones sencillas, como por ejemplo, medir un objeto, ver cuánto cabe en él, hasta saber calcular el precio de un producto si se aplica un porcentaje de descuento.
2. **Identificar el conocimiento matemático necesario para resolver el problema**, comenzando por leer bien el problema para comprender de qué o de quién se habla y saber qué operaciones necesitas hacer para resolverlo.
3. **Formular un modelo matemático que represente el problema**, que pueden ser dibujos, barras, gráficas, fórmulas, etc., en donde se ilustre la información obtenida del problema.
4. **Resolver el problema utilizando fórmulas, procedimientos o métodos** que ya conoces y que te pueden ayudar a dar solución, planteando varias estrategias diferentes para resolverlo.
5. **Interpretar la solución del problema en tu vida cotidiana** escribiendo la respuesta siempre como una oración completa donde expreses el resultado obtenido, para que cualquier persona que lo vea lo pueda entender claramente.

Tomando en cuenta lo anterior, la Secretaría de Educación de Guanajuato te ofrece el **Cuadernillo de actividades para desarrollo de habilidades matemáticas**, el cual está integrado por una serie de actividades que te servirán de apoyo para repasar todos los contenidos que estudias a lo largo del ciclo escolar en la asignatura de matemáticas, fortaleciendo tus habilidades para convertirte en una persona capaz de resolver y comprender situaciones de la vida cotidiana a través del lenguaje matemático, obteniendo herramientas y conceptos que te ayuden a ser capaz de construir nuevos conocimientos y poderlos compartir a las personas que te rodean y sentirte creativo, seguro de ti mismo, útil y competente, además de prepararte, de forma amigable, para las evaluaciones estatales y nacionales.

Es un cuadernillo de apoyo, cuyo propósito no es que apruebes un examen, sino que te sientas cada vez más seguro de lo que aprendes en clase, de modo que los exámenes y, sobre todo, la aplicación de las matemáticas en tu vida diaria, te resulte más fácil y natural.

Te invitamos a que encuentres en este cuadernillo una forma sencilla y agradable para identificar tus debilidades y fortalezas y potencializar tus habilidades matemáticas.

## **Estimados docentes y padres de familia:**

Los retos actuales en el ámbito educativo requieren la implementación de nuevas estrategias que logren formar a los estudiantes como seres capaces de enfrentar y responder a los problemas de la vida actual, y por lo tanto, ante el mundo que los rodea.

La Secretaría de Educación de Guanajuato considera importante que el fortalecer las habilidades y conocimientos matemáticos ayudará a los alumnos a que se interesen en buscar la forma de resolver los problemas que se les plantean, compartiendo sus ideas, reflexionando, mostrando una actitud de gusto por aprender los contenidos matemáticos, experimentando en su entorno escolar con la guía adecuada de los docentes y dentro del entorno familiar, ya que a través de éstos los alumnos pueden reafirmar sus conocimientos, no sólo en el área de matemáticas, sino en todas las asignaturas, fomentando con ello un crecimiento académico y personal.

Por tal motivo, se diseñó el ***cuadernillo de actividades para el desarrollo de habilidades matemáticas***, como una herramienta de acompañamiento y apoyo para que los alumnos refuercen sus habilidades y conocimientos matemáticos a partir del trabajo conjunto entre ustedes: los docentes detectando las áreas que es necesario fortalecer en sus alumnos, y los padres de familia dando seguimiento a los avances de sus hijos.

Está dividido en cinco bloques, al igual que el plan de estudios vigente de la Secretaría de Educación Pública, y apegado a los contenidos del programa para la asignatura de matemáticas. Cada tema inicia con la fundamentación teórica, una serie de ejemplos y después las actividades que el alumno tiene que resolver. Al final de cada bloque, se presenta una autoevaluación tipo ENLACE para reforzar lo practicado en el bloque, y que el alumno pueda medir su aprendizaje.

No cabe más que recordarles que para la implementación de este recurso, y para seguir fomentando el gusto por las matemáticas en nuestros alumnos e hijos, es fundamental la participación y compromiso de ustedes, de modo que continuemos haciendo de Guanajuato un mejor estado.

# Índice

## Bloque 1

### **Sentido numérico y pensamiento algebraico**

<i>Significado y uso de los números.....</i>	9
Propiedades del sistema de numeración decimal y otros sistemas de numeración. ....	9
Sistema de numeración egipcio.....	9
Sistema de numeración maya. ....	11
Sistema de numeración babilónico.....	13
Sistema de numeración romano.....	14
Sistema de numeración binario. ....	15
Sistema de numeración decimal.....	16
Fracciones y decimales de la recta numérica. ....	19
Números fraccionarios.....	19
Números decimales.....	21
<i>Significado y uso de las literales. ....</i>	23
Patrones y fórmulas. ....	23
Sucesiones numéricas. ....	23
Sucesiones figurativas.....	24
Geometría y expresiones algebraicas. ....	26

### **Forma, espacio y medida**

<i>Transformaciones. ....</i>	29
Movimientos en el plano.....	29
Simetría y sus propiedades. ....	29
Procedimiento para el trazo de figuras simétricas con respecto a un eje.....	31

### **Manejo de la información**

<i>Análisis de la información. ....</i>	32
Relaciones de proporcionalidad. ....	32
Proporcionalidad directa.....	32
Repartos proporcionales. ....	34
<i>Representación de la información.....</i>	36
Diagrama y tablas. ....	36
Problemas de conteo utilizando diagramas de árbol y tablas. ....	36

### **Autoevaluación Bloque 1.....**

 39

## Bloque 2

### **Sentido numérico y pensamiento algebraico**

<i>Significado y uso de las operaciones.</i>	41
Problemas aditivos.	41
Problemas aditivos con números fraccionarios y decimales.	41
Tipos de fracciones.	42
Conversión de fracciones.	42
Simplificación de fracciones.	43
Suma y resta de fracciones.	43
Números decimales.	46
Suma y resta de decimales.	47
Problemas multiplicativos.	50
Multiplicación de fracciones.	50
División con fracciones.	52
Multiplicación de decimales.	53

### **Forma, espacio y medida**

<i>Formas geométricas.</i>	55
Medidas y ángulos.	55
Mediatriz.	55
Bisectriz.	57
Figuras planas.	59
Construcción de polígonos regulares a partir de distintas informaciones.	59
<i>Medida.</i>	63
Justificación de formulas.	63
Área y perímetro de triángulos, cuadriláteros y polígonos regulares.	63

### **Manejo de la información**

<i>Análisis de la información.</i>	65
Relaciones de proporcionalidad.	65
Proporcionalidad directa con fracciones y decimales.	65
Aplicación sucesiva de la constante de proporcionalidad.	67

### **Autoevaluación Bloque 2.**

68

## Bloque 3

### **Sentido numérico y pensamiento algebraico**

<i>Significado y uso de las operaciones.</i> .....	70
Problemas multiplicativos. ....	70
División con decimales. ....	70
<i>Significado y uso de las literales.</i> .....	72
Ecuaciones.....	72
Planteamiento y solución de ecuaciones de primer grado. ....	72
Lenguaje algebraico. ....	75

### **Forma, espacio y medida**

<i>Figuras geométricas.</i> .....	77
Figuras planas.....	77
Construcción de triángulos. ....	77
Construcción de cuadriláteros. ....	79
<i>Medida.</i> .....	81
Estimar, medir y calcular. ....	81
Solución de problemas de áreas y perímetros de triángulos y cuadriláteros.....	81

### **Manejo de la información**

<i>Análisis de la información.</i> .....	85
Relaciones de proporcionalidad. ....	85
Resolver problemas del tipo valor faltante.....	85
Porcentajes. ....	88
Resolver problemas de cálculo de porcentajes utilizando fracciones y decimales. ....	88
Nociones de Probabilidad.....	92
Cálculo de probabilidades en experiencias aleatorias. ....	92
<i>Representación de la información.</i> .....	95
Diagramas y tablas.....	95
Tablas de distribución de frecuencia absoluta y relativa. ....	95
Graficas.....	98
Interpretar información en gráficas de barras y circulares. ....	98

### **Autoevaluación Bloque 3.**..... 101

## Bloque 4

### **Sentido numérico y pensamiento algebraico**

<i>Significado y uso de los números.....</i>	<i>103</i>
Números con signo. ....	103
Planteamiento y solución de problemas de números con signo.....	103
<i>Significado y uso de las operaciones.....</i>	<i>106</i>
Potenciación y Radicación. ....	106
Potencia de números. ....	106
Raíz cuadrada.....	108
Procedimiento para calcular la raíz cuadrada exacta de un número.....	110
<i>Significado y uso de las literales.....</i>	<i>114</i>
Relación funcional.....	114
Tablas y expresiones algebraicas construidas con la constante de proporcionalidad.....	114

### **Forma, espacio y medida**

<i>Formas geométricas.....</i>	<i>117</i>
Figuras planas.....	117
Construcción de circunferencias a partir de diferentes condiciones.....	117
<i>Medida.....</i>	<i>121</i>
Justificación de fórmulas.....	121
Determinación del número Pi. ....	121
Estimar, medir y calcular.....	122
Perímetro del círculo.....	122
Área del círculo.....	124

### **Manejo de la información**

<i>Representación de la información.....</i>	<i>126</i>
Gráficas.....	126
Características de gráficas de relaciones proporcionales.....	126

### **Autoevaluación Bloque 4.....** 129

## Bloque 5

### **Sentido numérico y pensamiento algebraico**

<i>Significado y uso de las operaciones.</i> .....	132
Problemas aditivos. ....	132
Algoritmos de suma de números con signo. ....	132
Algoritmos de resta de números con signo. ....	134
<i>Significado y uso de las literales.</i> .....	137
Relación funcional. ....	137
Vínculos entre representaciones de proporcionalidad directa con gráficas, tablas y expresiones algebraicas. ....	137

### **Forma, espacio y medida**

<i>Medida.</i> .....	140
Estimar, medir y calcular. ....	140
Cálculo de áreas de figuras planas. ....	140

### **Manejo de la información**

<i>Análisis de la información.</i> .....	143
Nociones de probabilidad. ....	143
Resultados equiprobables y no equiprobables en un juego de azar. ....	143
Relaciones de proporcionalidad. ....	147
Identificar y resolver problemas de proporcionalidad inversa. ....	147
<i>Representación de la información.</i> .....	149
Medidas de tendencia central. ....	149
Comportamiento de conjuntos de datos a partir de las medidas de tendencia central. ....	149
Media. ....	150
Moda. ....	152
Mediana. ....	153

### **Autoevaluación Bloque 5.**..... 156

## Referencias

<b><u>Bibliográficas.</u></b> .....	159
<b><u>Digitales</u></b> .....	159

**Bloque 1.****Sentido numérico y pensamiento algebraico.****Significado y uso de los números.****Propiedades del sistema de numeración decimal y otros sistemas de numeración.**








En esta lección aprenderás a identificar las propiedades del sistema de numeración decimal y a compararlas con las de otros sistemas numéricos, posicionales y no posicionales.

**Sistema de numeración egipcio.**

Propiedades:

- El sistema de numeración egipcio es un sistema **aditivo no posicional**. Es **aditivo** porque para encontrar el valor de un número se debe sumar el valor de cada uno de los símbolos que aparecen en el número; y es **no posicional** porque puede escribirse un número poniendo los símbolos en sentido opuesto sin que cambie el valor del número.
- **Cada símbolo** se puede repetir hasta **nueve veces**. Cuando se llega a 10 símbolos iguales se sustituyen por otro que representa el valor de esos 10 símbolos.
- Con los siete símbolos que tenían los egipcios sólo podían representar números menores que 10 000 000; para ellos esto no era problema porque no se les presentaban situaciones en las que tuvieran que utilizar números más grandes.
- Se piensa que el jeroglífico que representa 1 000 000 es la figura de un sacerdote o de un astrónomo que está viendo hacia el cielo, tratando de contar la gran cantidad de estrellas que hay.
- Una desventaja del sistema egipcio es que para escribir ciertos números se necesitan muchos símbolos.

En el siguiente cuadro se presentan los símbolos egipcios, su nombre y el valor que les corresponde en la numeración decimal.

Valor	1	10	100	1 000	10 000	100 000	1 000 000, o infinito
Jeroglífico							
Descripción	Trazo vertical (bastoncito)	Asa o herradura invertida	Cuerda enrollada en espiral	Flor de loto estilizada	Dedo	Renacuajo o rana	Heh: hombre arrodillado con las manos levantada


En este sistema se aprecia que el número diez se empleaba como base para agrupar, ya que  $10 \times 1 = 10$ ,  $10 \times 10 = 100$ ,  $10 \times 100 = 1\,000$ , etcétera, es decir, los valores de los diferentes símbolos son potencias de diez. Por lo tanto:


La base de un sistema de numeración, es el número que se emplea para agrupar las diferentes unidades.

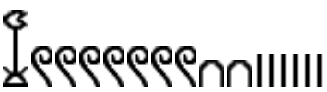
En un sistema de numeración existe el principio aditivo, cuando se suman los valores de los símbolos para leer o escribir los números representados.

Un sistema de numeración es posicional, cuando el valor de cada símbolo depende de la posición que ocupa un número, además del que le corresponde por su figura.

Por ejemplo:

La escritura del número 18 en egipcio era: 

La escritura del número 354 en egipcio era: 

La escritura del número 1726 en egipcio era: 

1. Utiliza el sistema de numeración egipcio para proporcionar los siguientes datos:

Tu edad:

El número de tu casa:

El número de integrantes de tu familia:

Tu año de nacimiento:

El año en que terminaste la primaria:

---

---

---

---

---

2. Contesta las siguientes preguntas:

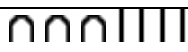
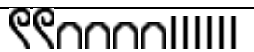
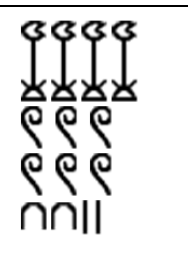

a) Se considera que la base del sistema de numeración egipcio es diez, porque:

b) En este sistema se aplica el principio aditivo, porque:

c) El sistema no es posicional porque: \_\_\_\_\_

d) Dicho sistema no tenía un símbolo para representar la carencia de: \_\_\_\_\_




3. ¿Qué número representa los siguientes jeroglíficos? Escríbelo a la derecha.

Sistema de numeración maya

Dentro de los antiguos sistemas de numeración se encuentra el que usó la civilización maya en América. La primera que empleó el principio de posición a la vez que utilizó un símbolo para el cero en un sistema de numeración y éste, además de ser sencillo, evitó las dificultades y confusiones al simbolizar los números.

Los tres símbolos básicos empleados en el sistema de numeración maya son:

		
Representa el cero	Representa cinco unidades	Representa la a la unidad

Para los números mayores que diecinueve empleaban el principio posicional y el cero, debido a que su sistema numérico era vigesimal, es decir, tenía como base el número veinte.

En este sistema los mayas escribían sus números en forma vertical, de abajo hacia arriba, y en este orden cada renglón determina una posición. El símbolo que se pone en cada renglón se multiplica por el valor de la posición, que son las siguientes:

Sexta posición  $20^5 = 20 \times 20 \times 20 \times 20 \times 20 = \underline{\underline{3\ 200\ 000}}$

Quinta posición  $20^4 = 20 \times 20 \times 20 \times 20 = \underline{\underline{160\ 000}}$

Cuarta posición  $20^3 = 20 \times 20 \times 20 = \underline{\underline{8\ 000}}$

Tercera posición  $20^2 = 20 \times 20 = \underline{\underline{400}}$

Segunda posición  $20^1 = 20 \times 1 = \underline{\underline{20}}$

Primera posición  $20^0 = \underline{\underline{1}}$



El símbolo del 5 sólo se podía poner 3 veces en cada posición y el símbolo del 1 se podía poner 4 veces en cada posición. El número máximo que se podía representar por cada posición era el 19.










El procedimiento para convertir números del sistema maya al decimal es el siguiente:

1. Se escribe el valor numérico del número representado en cada posición.
2. Cada valor numérico se multiplica por la potencia de veinte correspondiente.
3. Se suman los productos parciales obtenidos.

Ejemplos:

Obtener el valor numérico de los siguientes números mayas:

Símbolos	Número	Operación	Posición
	3	$3 \times 20 = \underline{\underline{60}}$	Segunda El número representado se multiplica por 20
	2	$2 \times 1 = \underline{\underline{2}}$	Primera El número representado se multiplica por 1
	Suma	$60 + 2 = \underline{\underline{62}}$	Estos símbolos representan el número <b>62</b>





Símbolos	Número	Operación	Posición
	1	$1 \times 8\,000 = 8\,000$	Cuarta. El número representado se multiplica por 8 000
	2	$2 \times 400 = 800$	Tercera. El número representado se multiplica por 400
	0	$0 \times 20 = 0$	Segunda. El número representado se multiplica por 20
	6	$6 \times 1 = 6$	Primera. El número representado se multiplica por 1
	Suma	$8\,000 + 800 + 0 + 6 = 8\,806$	Estos símbolos representan el número <b>8 806</b>
Símbolos	Número	Operación	Posición
	2	$2 \times 160\,000 = 320\,000$	Quinta. El número representado se multiplica por 160 000
	5	$5 \times 8\,000 = 40\,000$	Cuarta. El número representado se multiplica por 8 000
	8	$8 \times 400 = 3\,200$	Tercera. El número representado se multiplica por 400
	4	$4 \times 20 = 80$	Segunda. El número representado se multiplica por 20
	19	$19 \times 1 = 19$	Primera. El número representado se multiplica por 1
	Suma	$320\,000 + 40\,000 + 3\,200 + 80 + 19 = 363\,299$	Estos símbolos representan el número <b>363 299</b>




1. Utiliza el sistema de numeración maya para proporcionar los siguientes datos:

Tu edad		
Símbolos	Número	Operación
	Suma	
Tu año de nacimiento		
Símbolos	Número	Operación
	Suma	

El número de tu casa		
Símbolos	Número	Operación
	Suma	
El año en que terminaste la primaria		
Símbolos	Número	Operación
	Suma	

2. ¿Qué número representan los siguientes símbolos?

Símbolos	Número	Operación
		
		
		
		
	Suma	

Símbolos	Número	Operación
		
		
		
	Suma	

### Sistema de numeración babilónico.

Entre las muchas civilizaciones que florecieron en la antigua Mesopotamia, se desarrollaron distintos sistemas de numeración. Los babilonios inventaron un sistema de base sexagesimal, o sea, de base 60, aditivo hasta el 60 y posicional para números superiores.

Para la unidad se usaba la marca vertical que se hacía con el punzón en forma de cuña. Se ponían tantos como fuera preciso hasta llegar a 10, que tenía su propio signo.



De este se usaban los que fuera necesario completando con las unidades hasta llegar a 60, en donde todos los símbolos estaban juntos en un solo grupo.



A partir de ahí se usaba un sistema posicional formado por grupos de signos separados por un espacio, que iban representando sucesivamente el número de unidades, parecido al sistema maya, pero con base 60:

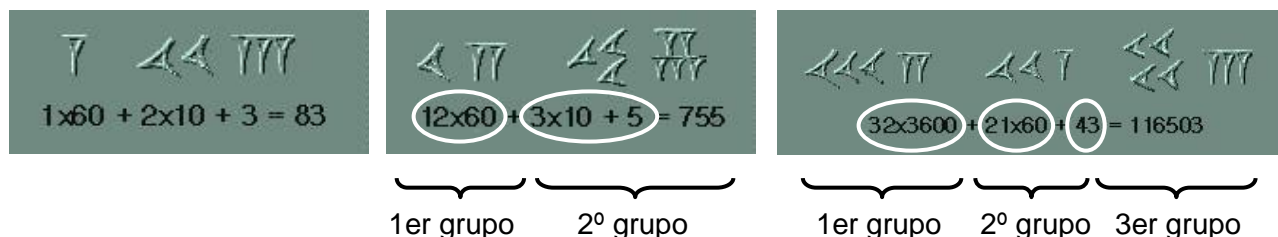
Cuarto grupo  $60^4 = 60 \times 60 \times 60 \times 60 = \underline{12\,960\,000}$

Tercer grupo  $60^3 = 60 \times 60 \times 60 = \underline{216\,000}$

Segundo grupo  $60^2 = 60 \times 60 = \underline{3600}$

Primer grupo  $60^1 = 60 \times 1 = \underline{60}$

Por ejemplo:



1. Utiliza el sistema de numeración babilonio para representar los siguientes datos:

Tu edad

El número de tu casa:

El número de integrantes de tu familia:

Tu año de nacimiento:

El año en que terminaste la primaria:

### Sistema de numeración romano.

Otro sistema de numeración antiguo que se conoce y que se utiliza todavía en casos muy especiales, es el sistema de numeración romano.

El sistema de numeración romano utiliza 7 letras mayúsculas que toman los siguientes valores:

Letra	I	V	X	L	C	D	M
Valor	1	5	10	50	100	500	1000

Sólo se pueden poner 3 letras iguales consecutivas, y para representar los números anteriores a los múltiplos de 5 se antepone una I, por ejemplo, el 4 se representa como IV, el 9 como IX.

El 40 se representa con 10 antes del cincuenta, esto es, XL.

El 49 se representa formando el cuarenta (XL) y el nueve (IX), esto es, XLIX.

El 90 se representa con 10 antes del cien, esto es, XC.

El 99 se representa formando el noventa (XC) y el nueve (IX), esto es, XCIX.

El 400 se representa con 100 antes del 500, esto es, CD.

El 499 se representa formando el cuatrocientos (CD), noventa (XC) y nueve (IX), esto es, CDXCIX.

El 900 se representa con 100 antes del mil, esto es, CM.

El 999 se representa formando el novecientos (CM), noventa (XC) y nueve (IX), esto es, CMXCIX.

Para los números a partir de 4000, se pone una barra encima del número (que indica que el número se multiplica por mil), por lo que este sistema se considera multiplicativo.

Para el 4000, sería 4 x 1000, es decir,  $\overline{\text{IV}}$ .

10 000 sería 10 x 1 000, es decir,  $\overline{\text{X}}$ .

50 000 sería 50 x 1 000, es decir,  $\overline{\text{L}}$ .

100 000 sería 100 x 1000, es decir,  $\overline{\text{C}}$ .

1 000 000 sería 1 000 x 1000, es decir,  $\overline{\text{M}}$ .

3 000 000 sería 3 000 x 1000, es decir,  $\overline{\text{MMM}}$ .

Por lo anterior, se dice que el sistema de numeración romano es semiposicional.

1. Utiliza el sistema de numeración romano para representar los siguientes datos:

Tu edad: \_\_\_\_\_

El número de tu casa: \_\_\_\_\_

El número de integrantes de tu familia: \_\_\_\_\_

Tu año de nacimiento: \_\_\_\_\_

El año en que terminaste la primaria: \_\_\_\_\_

El sistema de numeración romano tiene en nuestro tiempo algunas aplicaciones en: simposios, encuentros, congresos, ferias, fracciones de los artículos de la Constitución, fechas de aniversario, enumeración de tomos de enciclopedias, capítulos de algunos libros, e inclusive en algunas carátulas de relojes.

### Sistema de numeración binario.

Un sistema numérico posicional de bastante importancia es el de base dos, el cual recibe el nombre de sistema de numeración binario. Su importancia radica en que se aplica en el funcionamiento y manejo de las computadoras, cuyo uso se hace cada día más común.

En este sistema de base dos se ha de trabajar únicamente con dos símbolos, que son:

0	1
---	---

El 0 significa “apagado” o que no se debe multiplicar; el 1 significa “encendido” y el número se multiplicará por el valor que esté representado según la posición.

En el siguiente cuadro se muestra la estructura de este sistema:

10 <sup>a</sup>	9 <sup>a</sup>	8 <sup>a</sup>	7 <sup>a</sup>	6 <sup>a</sup>	5 <sup>a</sup>	4 <sup>a</sup>	3 <sup>a</sup>	2 <sup>a</sup>	1 <sup>a</sup>	Posición
2 <sup>8</sup>	2 <sup>8</sup>	2 <sup>7</sup>	2 <sup>6</sup>	2 <sup>5</sup>	2 <sup>4</sup>	2 <sup>3</sup>	2 <sup>2</sup>	2 <sup>1</sup>	2 <sup>0</sup>	Potencia
512	256	128	64	32	16	8	4	2	1	Valor

Para expresar que un número está representado en base dos, se procede poniendo un 2 como subíndice (abajo y a la derecha) del número representado en binario:

111<sub>2</sub>                      1001<sub>2</sub>                      1111<sub>2</sub>

Para saber cuál es el valor decimal de un número expresado en base dos, se desarrollan las potencias indicadas y se suman.

Ejemplos:

**1101<sub>2</sub>**

$$(1 \times 2^3) + (1 \times 2^2) + (0 \times 2^1) + (1 \times 2^0)$$

$$(1 \times 8) + (1 \times 4) + (0 \times 2) + (1 \times 1)$$

$$8 + 4 + 0 + 1 = 13$$

Por lo tanto **1101<sub>2</sub> = 13**

**1011001<sub>2</sub>**

$$(1 \times 2^6) + (0 \times 2^5) + (1 \times 2^4) + (1 \times 2^3) + (0 \times 2^2) + (0 \times 2^1) + (1 \times 2^0)$$

$$(1 \times 64) + (0 \times 32) + (1 \times 16) + (1 \times 8) + (0 \times 4) + (0 \times 2) + (1 \times 1)$$

$$64 + 0 + 16 + 8 + 0 + 0 + 1 = 89$$

Por lo tanto **1011001<sub>2</sub> = 89**

1. Utiliza el sistema de numeración binario para representar los siguientes datos:

Tu edad:

El número de tu casa:

El número de integrantes de tu familia:

Tu año de nacimiento:

El año en que terminaste la primaria:

---



---



---



---



---

### Sistema de numeración decimal

Se llama decimal o de base diez porque se utilizan diez símbolos para representar todos los números y los números subsecuentes son potencias de 10.

**Los símbolos utilizados (llamados dígitos) son: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9**

La relación decimal que hay entre las diversas unidades es:

1 decena = 10 unidades

1 centena = 10 decenas

1 millar = 10 centenas

1 centena de millar = 10 decenas de millar

1 millón = 10 centenas de millar

Cada diez unidades de un orden cualquiera forman una unidad del orden inmediato superior. El sistema de numeración decimal tiene la siguiente configuración.

millares de millón		millones			millares			unidades simples			clase
11º	10º	9º	8º	7º	6º	5º	4º	3º	2º	1º	orden
decenas de millar de millón	unidades de millar de millón	centenas de millón	decenas de millón	unidades de millón	centenas de millar	decenas de millar	unidades de millar	centenas	decenas	unidades	nombre
10 <sup>10</sup>	10 <sup>9</sup>	10 <sup>8</sup>	10 <sup>7</sup>	10 <sup>6</sup>	10 <sup>5</sup>	10 <sup>4</sup>	10 <sup>3</sup>	10 <sup>2</sup>	10 <sup>1</sup>	10 <sup>0</sup>	potencia de 10

1. Utiliza el sistema de numeración decimal para representar los siguientes datos:

Dato	Se escribe	Se lee
Tu edad		
El número de tu casa		
El número de integrantes de tu familia		
Tu año de nacimiento		
El año en que terminaste la primaria		

2. Escribe con número las siguientes cantidades:

• Ocho millones trescientos cuatro mil seis: \_\_\_\_\_

• Setenta y dos millones cuatrocientos veinte mil ochenta y siete: \_\_\_\_\_

• Cinco billones setecientos veinte mil seiscientos treinta millones: \_\_\_\_\_

• Ochocientos cincuenta y cuatro mil setecientos ochenta y cuatro: \_\_\_\_\_

3. Escribe cómo se leen los siguientes números:

32425648 \_\_\_\_\_

159864 \_\_\_\_\_

328734 \_\_\_\_\_

483187 \_\_\_\_\_

42286354 \_\_\_\_\_

2874327 \_\_\_\_\_

4. Divide los siguientes números en grupos de tres en tres a partir de la derecha y después escribe cómo se leen:

Número	Separado	Se lee
<b>743286413279</b>		
<b>921463584</b>		
<b>8345610431</b>		

5. Escribe la base de cada uno de los sistemas de numeración:

Decimal	Babilónico	Maya	Egipcio	Romano	Binario

Nótese que en un sistema posicional, el valor de la primera posición siempre es uno. Esto se debe a una de las propiedades matemáticas de los exponentes que dice:


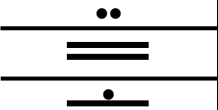
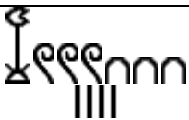
**Si  $a$  es un número natural mayor que uno, entonces  $a^0 = 1$**

También el valor de la segunda posición siempre es igual a la base, por otra de las propiedades matemáticas de los exponentes que dice:

**Si  $a$  es un número natural mayor que uno, entonces  $a^1 = a$**

En un sistema posicional es necesario escribir abajo y a la derecha de la última cifra el número de la base del sistema.

6. Completa el siguiente cuadro realizando las operaciones y conversiones correspondientes:

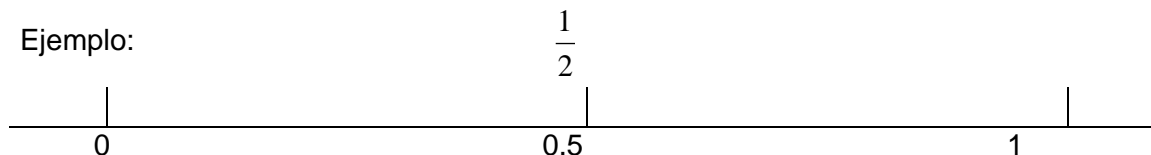
Decimal	Babilónico	Maya	Egipcio	Romano	Binario
16					
					
					
					
				DCCCLXXXVIII	
					$100110101_2$

## Fracciones y decimales de la recta numérica.

En esta lección aprenderás a ubicar números fraccionarios y decimales en la recta numérica y determinar el orden de las fracciones.

Las cantidades fraccionarias pueden ubicarse en una recta, dividiendo a la unidad o entero de referencia en tantas partes como indique el denominador, mientras que los decimales pueden situarse dividiendo el entero o unidad de referencia siempre en 10 partes iguales.

Ejemplo:



1. En cada pareja, encierra en un círculo el número mayor.

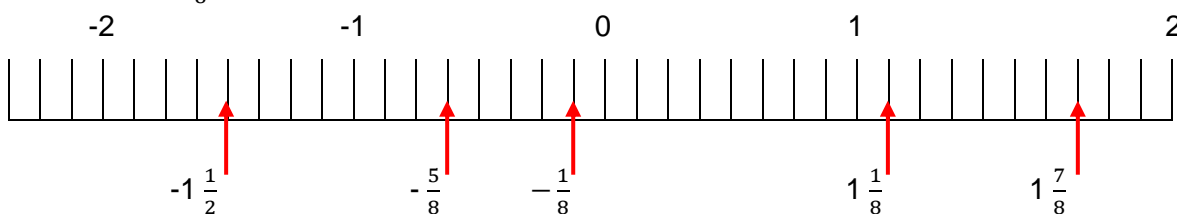
$\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{8}$	$\frac{2}{3}$ y $\frac{3}{2}$	0.01 y $\frac{1}{10}$	$\frac{3}{4}$ y $\frac{1}{3}$	$\frac{3}{5}$ y 0.2
0.1 y $\frac{1}{5}$	$\frac{4}{7}$ y $\frac{3}{5}$	$\frac{1}{5}$ y 0.3	$\frac{2}{5}$ y $\frac{2}{4}$	$\frac{2}{5}$ y $\frac{5}{12}$

2. Ordena en el recuadro de abajo de mayor a menor los números que se muestran.

$\frac{1}{2}$ , $\frac{1}{3}$ , $\frac{1}{4}$ , 0.2	$\frac{2}{3}$ , 0.2, $\frac{5}{2}$ , 1	0.01, $\frac{1}{10}$ , $\frac{1}{5}$ , 0.3

### Números fraccionarios.

Podemos usar la recta numérica para comparar números racionales (también llamados fracciones). En la recta siguiente, -2 está a la izquierda de  $-1\frac{1}{2}$ ;  $-\frac{5}{8}$  está a la izquierda de  $-\frac{1}{8}$ ; y  $1\frac{7}{8}$  está a la derecha de  $1\frac{1}{8}$  resuelve este ejercicio.



Estas relaciones se pueden indicar como:

$$-2 < -1\frac{1}{2} \quad -\frac{5}{8} < -\frac{1}{8} \quad 1\frac{7}{8} > 1\frac{1}{8}$$

Para poder localizar fracciones impropias (donde el numerador es más grande que el denominador) en la recta numérica, es conveniente primero convertirlas a enteros más otra fracción, y a este nuevo número se le llama fracción mixta. Para hacer esto, dividimos el dividendo entre el divisor para ver cuántas veces cabe.

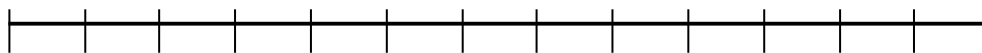
Por ejemplo, para representar  $\frac{10}{8}$  en la recta numérica, primero dividimos  $10 \div 8$ , y vemos que cabe 1 vez, y sobran 2, por lo que el resultado es  $1\frac{2}{8}$ . Ahora dividimos en la recta numérica los enteros en 8 partes, puesto que así lo indica la fracción, y podemos contar los diez octavos o más fácil ubicamos un entero y dos octavos.

En la recta se ha marcado con una flecha roja  $\frac{10}{8}$ , que equivale a  $1\frac{2}{8}$ :

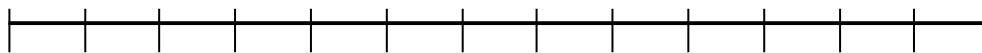


1. Ubica en la recta numérica las fracciones que se indican en cada caso:

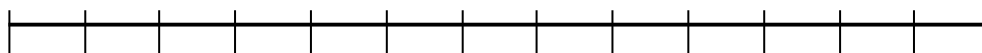
$$\frac{7}{2}$$



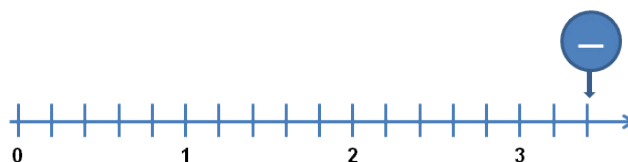
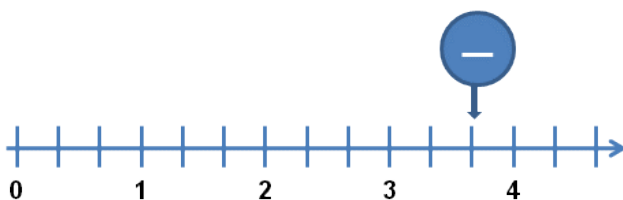
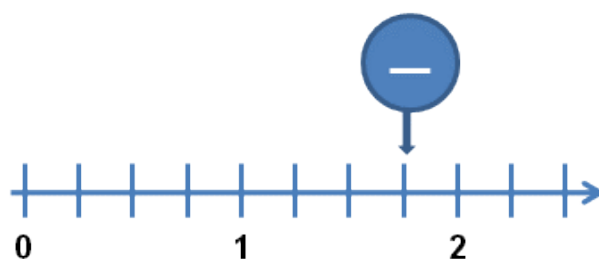
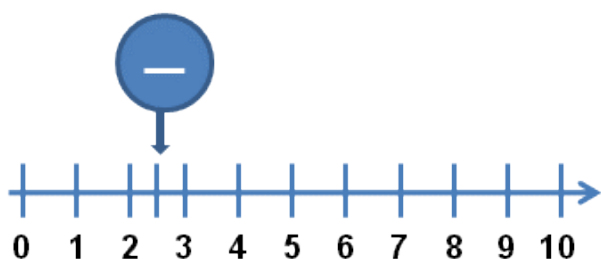
$$\frac{23}{7}$$



$$\frac{15}{4}$$



2. Escribe dentro del círculo la fracción que senala la flecha:



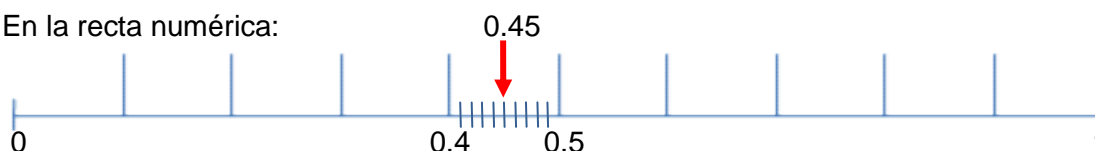
Números decimales.

Para encontrar **un número entre dos números decimales**, se suman los dos números y se dividen entre 2; también la recta numérica es muy útil, ya que podemos hacer subdivisiones de los números y poderlos localizar fácilmente.

Ejemplo, encontrar el número decimal que está entre 0.4 y 0.5. Se suman  $0.4 + 0.5 = 0.9$ , luego se divide entre 2.

El número que está entre 0.4 y 0.5 es el 0.45

En la recta numérica:



1. Ubica en la recta numérica los números que se indican señalándolos con una flecha:

0.9

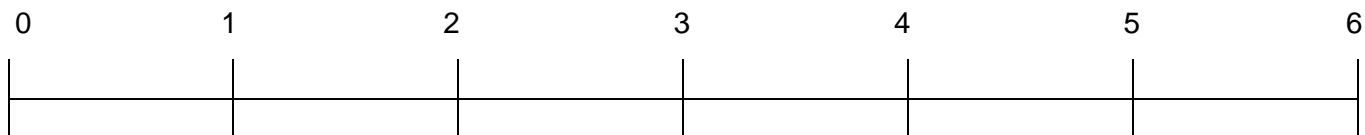
2.50

5.20

1.70

0.5

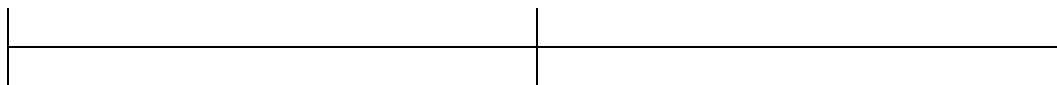
3



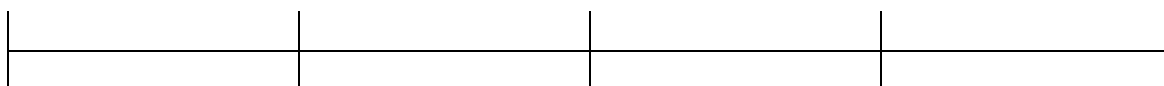
2. De los siguientes números, encuentra otro número que está entre ellos, utilizando el procedimiento revisado y ubícalos en la recta:

Procedimiento numérico

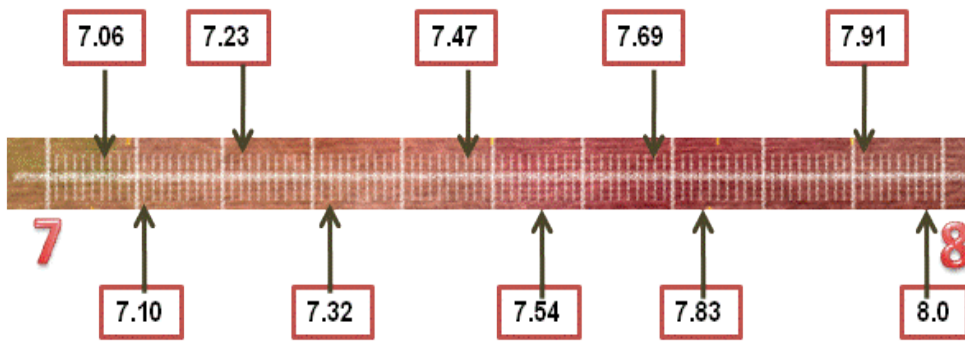
a) 1.5 y 1.6



b) 2.7 y 2.8

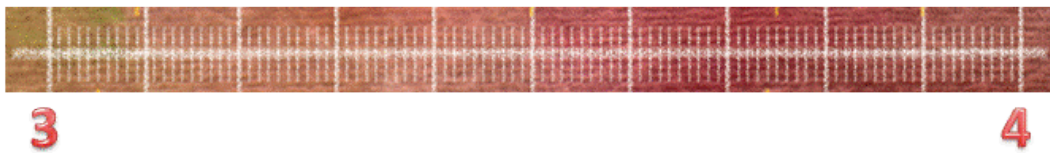


3. Colorea los números decimales que sí están correctamente ubicados en la recta:

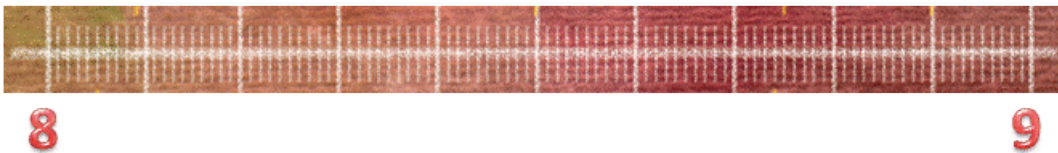


4. Ubica en la recta los números decimales indicados:

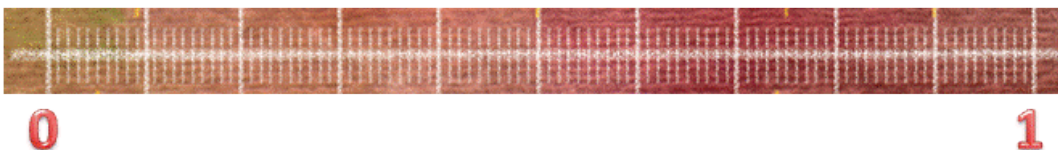
3.6 y 3.7



8.5 y 8.6

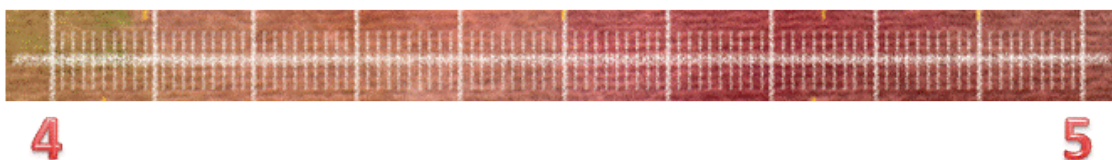


0.7 y 0.8



5. Sitúa en la recta los siguientes números decimales señalándolos con una flecha:

4.02    4.13    4.28    4.33    4.40    4.570    4.600    4.720    4.85    4.99



## Significado y uso de las literales.

### Patrones y fórmulas.

#### Sucesiones numéricas.

Las sucesiones numéricas son aquellas que consisten en una serie de números distribuidos en cierto orden ascendente o descendiente.

En una sucesión de números, como: **5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50,...**

Se llama **primer término** al número que ocupa el primer lugar en la sucesión, en el ejemplo el primer término es **5**.

Se llama **segundo término** al número que está en el segundo lugar en la sucesión, en el ejemplo el segundo término es 10.

Se llama **tercer término** al número que está en el tercer lugar, en el ejemplo el tercer término es **15**, etc.

1. Completa la siguiente sucesión de números:

**7, \_\_, 21, 28, \_\_, 42, \_\_, \_\_, 63, \_\_, 77, \_\_, \_\_...**

2 ¿Cuál sería la regla para obtener cualquier término de esta sucesión? \_\_\_\_\_

a) Usando la regla que escribiste, ¿cuál es el término que está en el lugar 15? \_\_\_\_\_

b) ¿Cuál es el término de la sucesión que está en el lugar 20? \_\_\_\_\_

c) ¿Cuál es el término de la sucesión que está en el lugar 25? \_\_\_\_\_

d) ¿En qué lugar está el término 50? \_\_\_\_\_

e) ¿En qué lugar está el término 100? \_\_\_\_\_

3. De las siguientes reglas, ¿cuáles son equivalentes a la que encontraste para obtener los términos de la sucesión? Subráyalas.

- ☐ Sumar siete al lugar del término.
- ☐ Sumar siete al término anterior.
- ☐ Los múltiplos de siete.
- ☐ Multiplicar por siete el lugar del término.

**Las reglas que sirven para obtener los términos de una sucesión se pueden dar a partir del lugar del término, por ejemplo multiplicar por tres el lugar del término.**

4. Completa las siguientes series numéricas y contesta qué número iría en la posición 10, 15 y 20

2, 6, 10, 14, 18, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_ posición 10 \_\_\_\_ posición 15 \_\_\_\_ posición 20 \_\_\_\_

11, 24, 37, 50, 63, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_ posición 10 \_\_\_\_ posición 15 \_\_\_\_ posición 20 \_\_\_\_

99, 93, 87, 81, 75, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_ posición 10 \_\_\_\_ posición 15 \_\_\_\_ posición 20 \_\_\_\_

75, 67, 59, 51, 43, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_, \_\_ posición 10 \_\_\_\_ posición 15 \_\_\_\_ posición 20 \_\_\_\_

Sucesiones figurativas.

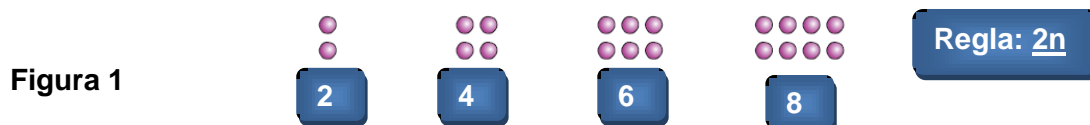
Una sucesión de figuras es un conjunto de figuras con la propiedad de que hay un patrón de crecimiento que permite obtener todas las figuras del conjunto, empezando por la que ocupa el primer lugar de la sucesión, luego la que ocupa el segundo, luego la que ocupa el tercero y así sucesivamente. Se llama figura 1 a la que ocupa el primer lugar en la sucesión, figura 2 a la que ocupa el segundo, figura 3 a la que ocupa el tercero y así sucesivamente.

A los procedimientos que dicen cómo obtener el número de puntos de cada figura en una sucesión se les llama reglas. Cuando hay varias reglas para obtener el número de puntos de cada figura en una sucesión se dice que son reglas equivalentes. Por ejemplo, las siguientes reglas son equivalentes:

- Se le suman 4 puntos al número de puntos de la figura anterior.
- Son los múltiplos de 4.
- Es el número de la figura multiplicado por 4.

Cuando observamos algunas configuraciones geométricas, se pueden encontrar regularidades numéricas.

Escribe en los espacios la cantidad de puntos que se muestran en cada figura. Después anota la regla para obtener cualquier elemento de la sucesión. Calcula cuántos puntos tendrían los términos 10, 20, 50 y 100. Sigue el ejemplo.



El primer término sería  $\underline{2(1) = 2}$

El segundo término sería  $\underline{2(2) = 4}$

El tercer término sería  $\underline{2(3) = 6}$

El cuarto término sería  $\underline{2(4) = 8}$

Término 10 =  $2(10) = 20$  puntos

Término 20 =  $2(20) = 40$  puntos

Término 50 =  $2(50) = 100$

Término 100 =  $2(100) = 200$

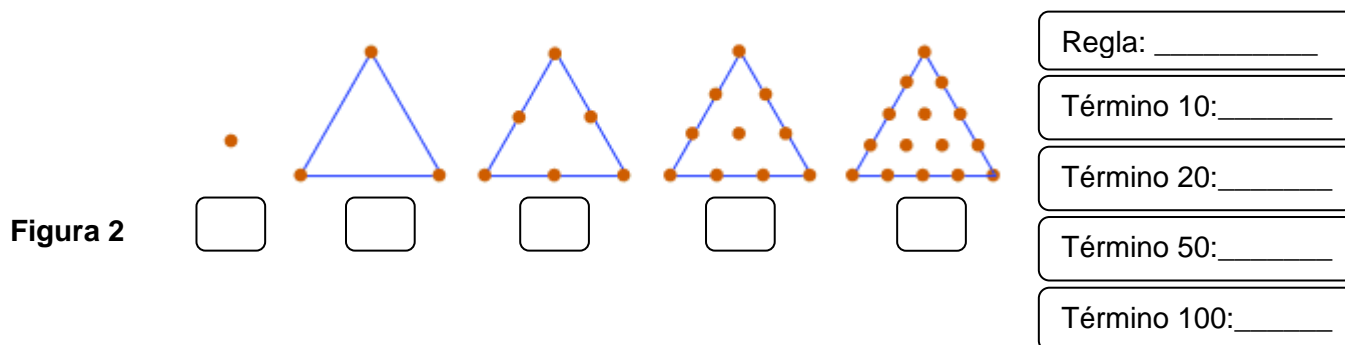
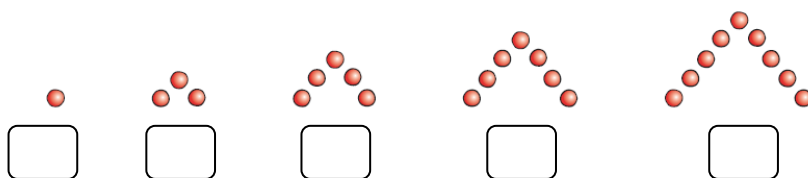


Figura 3



Regla: \_\_\_\_\_

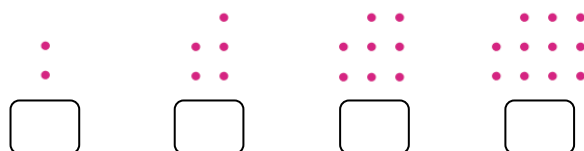
Término 10: \_\_\_\_\_

Término 20: \_\_\_\_\_

Término 50: \_\_\_\_\_

Término 100: \_\_\_\_\_

Figura 4



Regla: \_\_\_\_\_

Término 10: \_\_\_\_\_

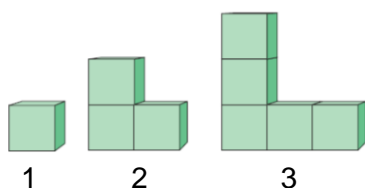
Término 20: \_\_\_\_\_

Término 50: \_\_\_\_\_

Término 100: \_\_\_\_\_

También se pueden generar series a partir de figuras geométricas.

Por ejemplo, en estos bloques podemos observar lo siguiente:



Regla:  $2n - 1$

Término 10 =  $2(10) - 1 = 20 - 1 = 19$  cubos

Término 20 =  $2(20) - 1 = 40 - 1 = 39$  cubos

Término 50 =  $2(50) - 1 = 100 - 1 = 99$  cubos

Término 100 =  $2(100) - 1 = 200 - 1 = 199$  cubos

Los siguientes términos serían 7, 9, 11, 13, 15, etc.

El primer término sería  $2(1) - 1 = 2 - 1 = 1$  cubo

El segundo término sería  $2(2) - 1 = 4 - 1 = 3$  cubos

El tercer término sería  $2(3) - 1 = 6 - 1 = 5$  cubos

5. Dibuja las figuras que continúan las siguientes series y escribe debajo los elementos que la conforman hasta el término 10, enunciando la regla:



1

2

3

4

5

6

7

8

9

10

Regla: \_\_\_\_\_


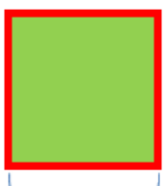




Geometría y expresiones algebraicas.**Perímetro de una figura.**

El perímetro es la cantidad de unidades lineales que caben en el contorno de una figura, y se obtiene sumando todos sus lados.

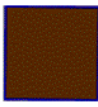


Por ejemplo:

El perímetro de un triángulo equilátero es:  $\ell + \ell + \ell = 3 \times \ell$ , que se puede expresar como  $P = 3\ell$


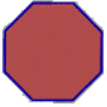
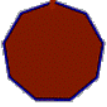

1. Calcula el perímetro de las siguientes figuras (el contorno está remarcado).


					
2 cm	2 cm	1.2 cm	1.4 cm	0.9 cm	0.8 cm
Triángulo	Cuadrado	Pentágono	Hexágono	Heptágono	Octágono
P =	P =	P =	P =	P =	P =

Une con una línea del mismo color de la figura la fórmula del perímetro con su correspondiente figura y rellena el cuadro de la fórmula del mismo color que la figura. Sigue el ejemplo.

 Cuadrado    
  Pentágono regular    
  Hexágono regular

**P = 10ℓ**    **P = 8ℓ**    **P = 7ℓ**    **P = 6ℓ**    **P = 9ℓ**    **P = 5ℓ**

 Heptágono regular   
  Octógono regular   
  Eneágono regular   
  Decágono regular



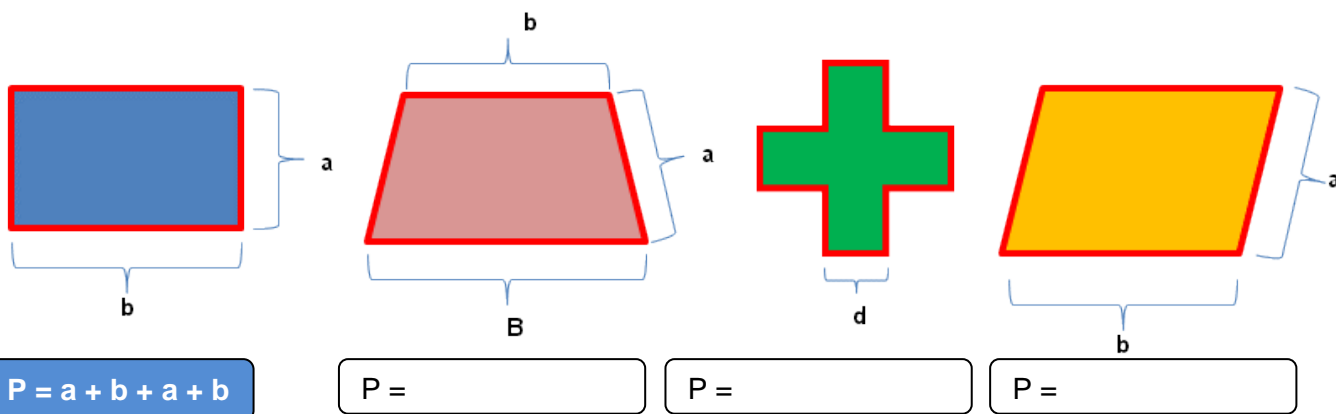
2. Observa las anteriores figuras regulares y en base a la fórmula de su perímetro establece una fórmula general que nos dé el perímetro para cualquier polígono regular.

**Fórmula general para calcular el perímetro de los polígonos**



Esta fórmula es una **expresión algebraica**.

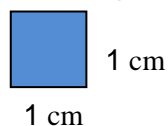
3. Escribe la expresión algebraica (únicamente con letras) que sirve para calcular el perímetro de las siguientes figuras geométricas. Guíate con el ejemplo.



### Área de una figura.

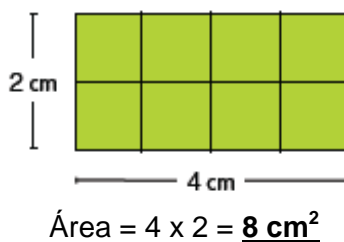
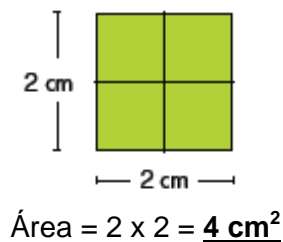
El área es el número de unidades cuadradas que caben en una superficie.

Para medir superficies o áreas se utiliza el metro cuadrado ( $m^2$ ) para superficies grandes, el decímetro cuadrado ( $dm^2$ ) para superficies medianas y el centímetro cuadrado ( $cm^2$ ) para superficies pequeñas. El centímetro cuadrado es un cuadrado que tiene un cm por lado, y sería aproximadamente como la siguiente figura:

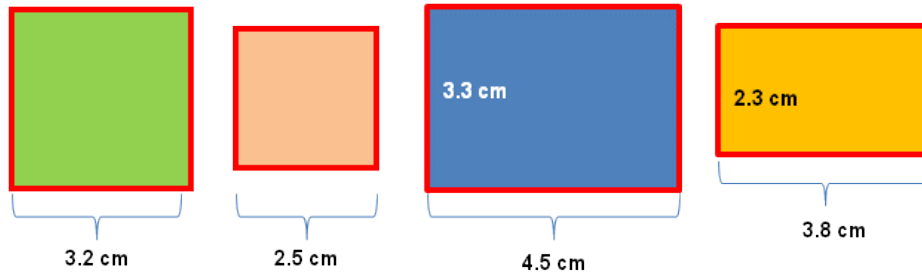


Para calcular el área de cuadrado, como las medidas de sus lados son iguales, se multiplica lado por lado. Para calcular el área del rectángulo se multiplica el largo por el ancho.

Por ejemplo:



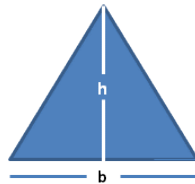
1. Calcula el área de las siguientes figuras:



2. Escribe la expresión algebraica (únicamente con letras) que sirve para calcular el área de las figuras anteriores:

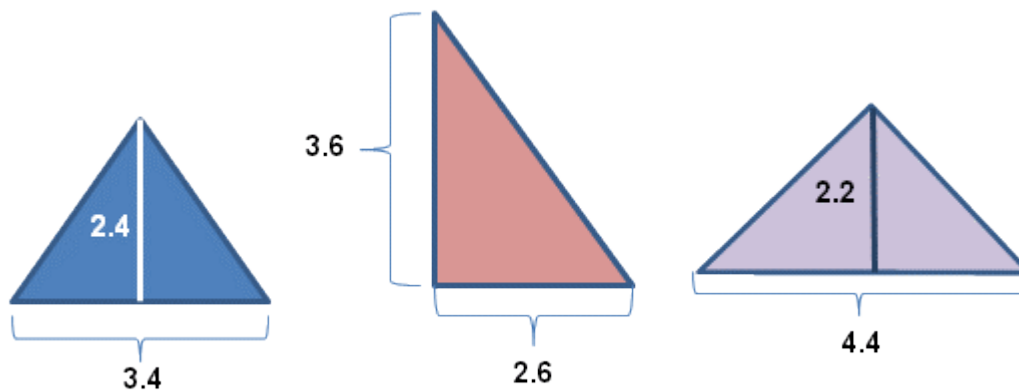
El área de un triángulo se calcula multiplicando la medida de la base por la medida de la altura y dividiendo el resultado entre dos.

3. Escribe una expresión algebraica que permita calcular el área del siguiente triángulo:



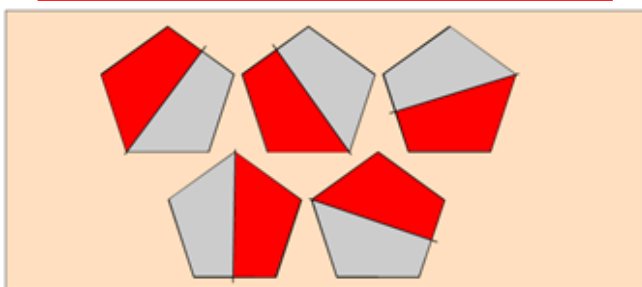
Área = \_\_\_\_\_

4. En base a la expresión algebraica que obtuviste, calcula el área de los siguientes triángulos:

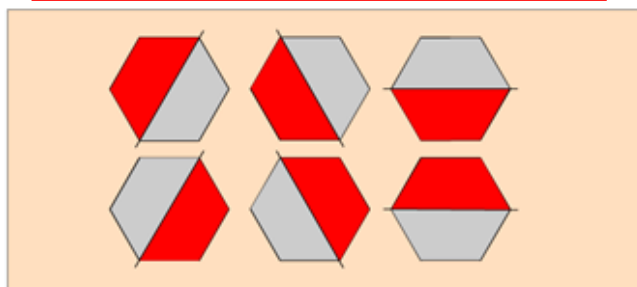




Un pentágono regular tiene cinco ejes de simetría



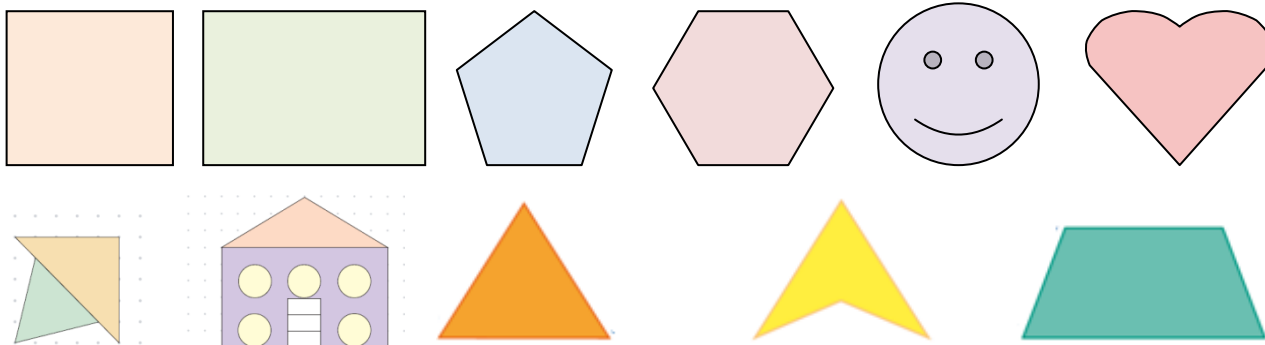
Un hexágono regular tiene seis ejes de simetría



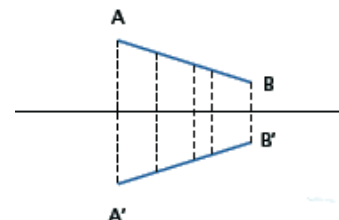
Para construir un polígono simétrico a otro con respecto a una recta:

- Se traza una perpendicular a la recta por cada vértice de la figura.
- Sobre la perpendicular que se trazó se toma la distancia de cada vértice a la recta y se traslada esa misma distancia del otro lado de la recta. Se puede utilizar la regla o el compás.
- Se unen los vértices encontrados para formar el polígono, es decir, se traza el simétrico de cada vértice con respecto a la recta y se unen.

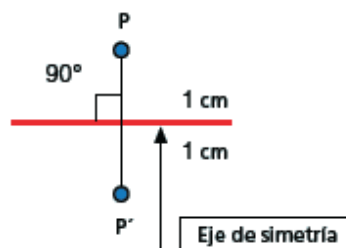
1. Traza los ejes de simetría de cada figura:



Un punto es simétrico a otro con respecto a una recta si y sólo si se cumple que ambos puntos equidistan de la recta y el segmento que los une es perpendicular a la recta.

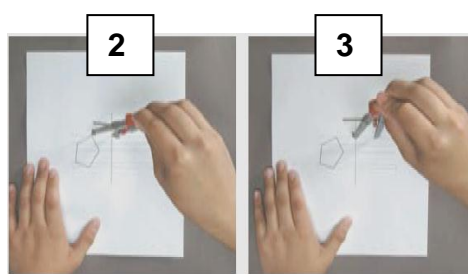
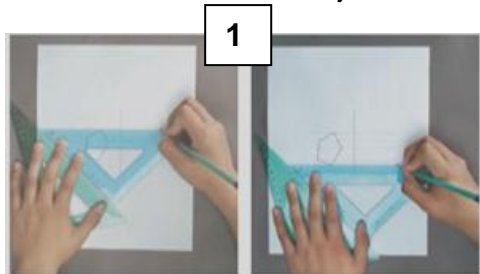


El simétrico de un segmento con respecto a una recta es otro segmento. Todos y cada uno de los puntos del segmento AB tienen su correspondiente simétrico en el segmento A'B'. El segmento A'B' es el correspondiente simétrico del segmento AB.



### Procedimiento para el trazo de figuras simétricas con respecto a un eje.

1) se traza una perpendicular por cada vértice al eje de simetría. Para ello se colocan las escuadras de manera similar al dibujo para trazar un segmento perpendicular al eje; después se prolonga este segmento hasta el otro lado del eje. Esto se hace en cada vértice.

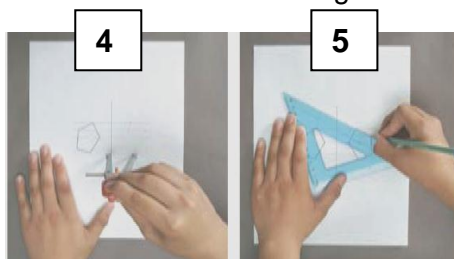


2) Con el compás se toma la medida de la distancia de un punto al eje (se puede hacer con regla, pero con el compás es más preciso)

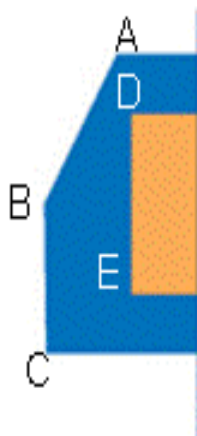
3) Con esa misma abertura se localiza el simétrico de ese punto

4) Se repite lo indicado en el paso 2 y 3 en cada vértice de la figura.

5) Se unen los vértices para obtener la figura buscada.



1. Traza el simétrico de las siguientes figuras, con su respectiva nomenclatura:



**Manejo de la información.****Análisis de la información.****Relaciones de proporcionalidad.****Proporcionalidad directa.**

Una **razón** es la relación que existe entre dos variables (una variable es algo que puede cambiar). Cuando dos razones son iguales, decimos que entre ellas existe una **proporción**.

Dos magnitudes son directamente proporcionales cuando al aumentar una, aumenta la otra en la misma proporción.

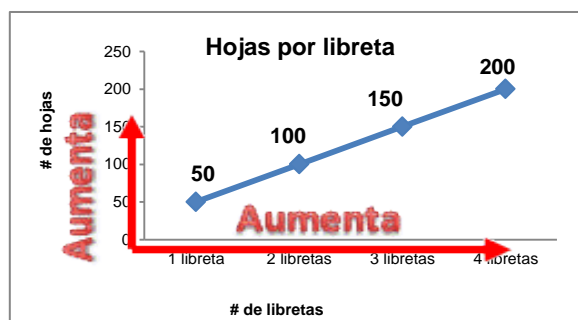
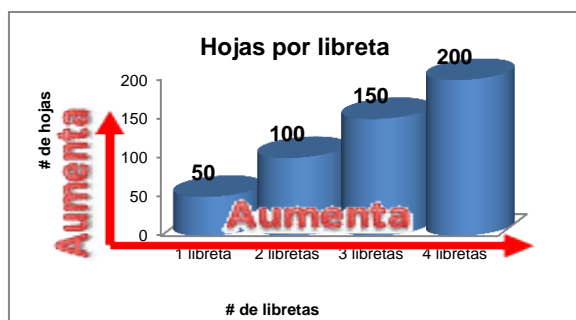
Cuando dos cantidades se relacionan de forma que la razón entre ellas siempre es la misma, decimos que **varían de forma proporcional**.

Si uno de los valores aumenta al doble, su correspondiente también debe aumentar al doble. Si disminuye a la tercera parte, su correspondiente también debe disminuir a la tercera parte.

Por ejemplo:

Si una libreta tiene 50 hojas, 2 libretas tendrán 100 hojas, 3 libretas tendrán 150 hojas, etc.

Ejemplos de gráficas de variación proporcional directa sería los siguientes:



Completa las siguientes tablas.

Por ejemplo:

Si con 1 taza de harina se puede preparar 6 hotcakes, ¿cuántos hotcakes se podrán preparar con 2, 5, 10 y 20 tazas de harina?

<b>Tazas de harina</b>	1	2	5	10	20
<b>Número de hotcakes</b>	7	14	35	70	140

1. Si un kilogramo de manzanas cuesta \$ 25, ¿cuánto se pagará por 2, 4, 5, 8, 10 y 15 kilogramos de manzanas? Completar las celdas vacías:

<b>Kg manzanas</b>	1	2	4	5	8	10	15
<b>Precio</b>	25		100				

2. Un auto recorre 11 kilómetros con un litro de gasolina. Si para un viaje muy largo consumió los 40 litros que le caben al tanque de gasolina, ¿cuántos kilómetros recorrió?

<b>Kilómetros recorridos</b>	11		55			
<b>Litros de gasolina</b>	1	2	5	10	20	40

Una estrategia útil para encontrar datos faltantes en relaciones de proporcionalidad es determinar el **valor unitario o constante de proporcionalidad**; es decir, hallar el dato equivalente a la unidad para determinar cualquier valor requerido. Una vez que se encuentra dicho valor, se multiplica por cada uno de los variables para encontrar los valores faltantes.

3. Completa las siguientes tablas encontrando primero el valor unitario. Para encontrarlo, obtén la razón entre las dos variables.

Por ejemplo:

Un automóvil recorre 250 kilómetros de León a San Felipe en 125 minutos.

<b>Minutos</b>	1	10	100	125	200	500
<b>Kilómetros recorridos</b>				250		

El valor unitario se obtiene dividiendo los 250 kilómetros entre 125 minutos.

**Valor unitario:**

$$250 \div 125 = 2$$

Esto es, se recorren 2 kilómetros por cada minuto que transcurre. Después se multiplican los minutos por el valor unitario (2) para calcular los kilómetros que irá recorriendo según transcurre el tiempo.

<b>Minutos</b>	1	10	100	125	200	500
<b>Kilómetros recorridos</b>	<b>2</b>	20	200	250	400	1000
<b>Operación realizada</b>	1 x 2	10 x 2	100 x 2	125 x 2	200 x 2	500 x 2

4. Al rentar un auto Don Miguel pagó \$ 1200 por 5 días. Ayúdale a Don Miguel a calcular cuánto pagaría por los siguientes días de renta del auto.

<b>Renta del auto</b>	1	3	5	7	10	30
<b>Días de renta</b>			\$ 1200			

**Valor unitario:**

$$\div =$$

5. Por cada \$ 100 de la venta de zapatos, a Dulce le dan una comisión de \$ 15.

**Valor unitario:**

<b>Venta en \$</b>	1	10	\$ 100	100	200	500
<b>Comisión</b>			\$ 15			

$$\div =$$

Repartos proporcionales.

Una forma de resolver los problemas de reparto proporcional consiste en determinar la cantidad total y las partes en las que se va a llevar a cabo dicho reparto. Otra forma de resolverlos es encontrar el valor unitario.

Por ejemplo:

Los chicos de la escuela organizaron una visita a los museos de la Ciudad de México. Para reunir fondos vendieron playeras. Después de cubrir los pagos que debían hacer (comida, transporte y otros) notaron que tenían un sobrante de \$ 2,000. ¿Cómo podrían dividir esta cantidad de una manera justa? ¿Qué datos necesitas para hacer el reparto?

La estrategia que hicieron para el reparto fue el siguiente:

a. Contaron el número de playeras que vendió cada uno, y obtuvieron la siguiente tabla:

Nombre	Número de playeras
Karina	15
Carmen	25
Emilio	30
María	10
Mauricio	20
Total de playeras	100

b. Después de completar su tabla, repartieron el monto total en proporción a esos datos. Como son \$ 2000 a repartir y se vendieron 100 playeras, el valor unitario será  $2000 \div 100 = 20$ , por lo que por cada playera vendida se tendrán que repartir \$ 20.

Nombre	Número de playeras	Operación	Dinero que le toca
Karina	15	$15 \times 20$	\$ 300
Carmen	25	$25 \times 20$	\$ 500
Emilio	30	$30 \times 20$	\$ 600
María	10	$10 \times 20$	\$ 200
Mauricio	20	$20 \times 20$	\$ 400
Total	100		\$ 2000

1. Un abuelo desea repartir \$ 18 000 proporcionalmente al número de nietos que le han dado sus tres hijos: Juan tiene 3 hijos, Carmen 1 y Eduardo 2. Calcula cuánto recibirán cada uno de los nietos.

2. Hugo, Paco y Luis compraron un billete de lotería con un costo de \$ 80. Hugo puso \$ 15, Paco \$ 45 y Luis \$ 20. Si ganaron un premio de \$ 120 000 y deciden repartirlo en partes proporcionales de acuerdo con su aportación para el billete, ¿qué cantidad le corresponde a cada uno?

3. Marifer, Tania, Dominique y Paulina hicieron panecillos y los vendieron durante una semana. Marifer trabajó solo el lunes y miércoles; Tania trabajó martes, miércoles, viernes y sábado; Dominique trabajó lunes, martes, jueves, viernes y domingo; Paulina trabajó martes, jueves y sábado. Si obtuvieron \$ 800 de ganancia por la venta de los panecillos, ¿cuánto dinero le tocará a cada una si se reparten de manera proporcional a los días que trabajó cada una?

4. En la empresa “Patito”, el dueño desea repartir las ganancias de todo un año entre sus empleados para seguirlos motivando. Estas ascienden a un valor de \$ 350,000. Si José trabajó 7 meses, Mauricio 9 meses, Martín 12 meses, Mario 5 meses y Orlando 6 meses, ¿cuánto dinero le tocará a cada uno si se reparte de manera proporcional de acuerdo al número de meses que trabajaron?

## Representación de la información.

### Diagrama y tablas.

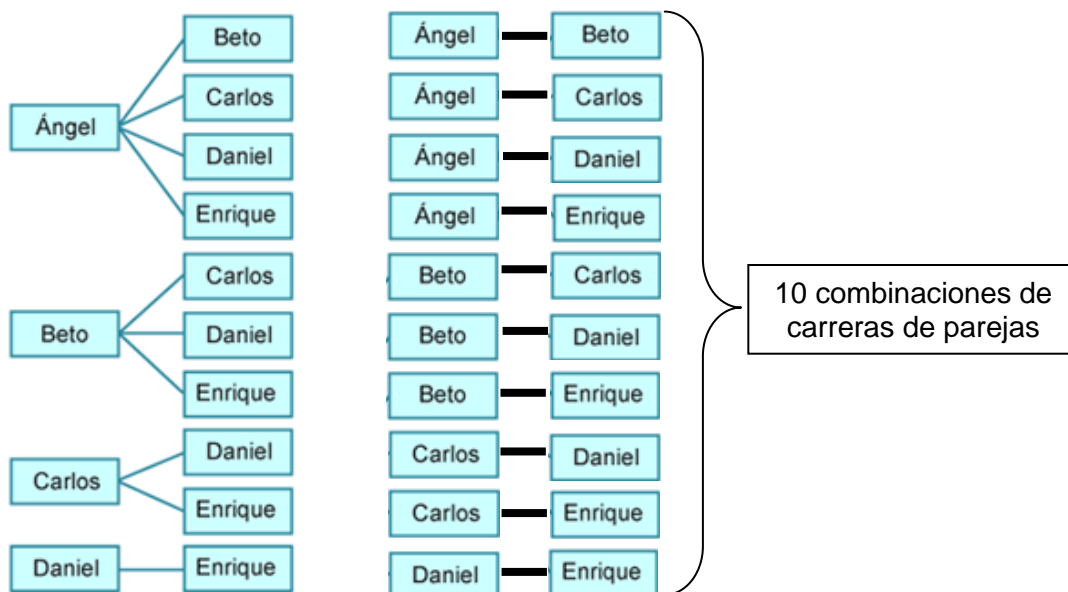
#### Problemas de conteo utilizando diagramas de árbol y tablas.

Un **diagrama de árbol** es un recurso que permite visualizar y enumerar todos los resultados de un problema de conteo. Los diagramas de árbol **están compuestos por niveles y ramas**. El número de ramas de cada nivel se determina por la cantidad de elementos de cada característica.

Con frecuencia no se conoce lo suficiente un fenómeno como para construir un modelo matemático y utilizarlo para deducir tales formulas, sin embargo, podemos disponer de datos que nos permitan entender su comportamiento. En estos casos, lo que procede es hacer observaciones y construir una tabla o un diagrama para explorar las relaciones entre los valores de las variables.

Cinco alumnos –Ángel, Beto, Carlos, Daniel y Enrique– van a participar en una competencia, la cual consiste en realizar diferentes carreras uno contra uno. Cada uno de los alumnos deberá correr contra todos los demás. El siguiente procedimiento representa las carreras que se realizarán en la competencia:

Las carreras serían:



Esta misma información se puede representar también mediante una **tabla**, que es un arreglo rectangular de datos dispuestos en **filas (horizontal)** y **columnas (vertical)**, de manera que se puedan visualizar rápidamente las relaciones que se pueden dar entre las variables. Para este mismo ejemplo, la tabla quedaría conformada de la siguiente manera:

	Ángel (A)	Beto (B)	Carlos (C)	Daniel (D)	Enrique (E)
Ángel (A)		A,B	A,C	A,D	A,E
Beto (B)	B,A		B,C	B,D	B,E
Carlos (C)	C,A	C,B		C,D	C,E
Daniel (D)	D,A	D,B	D,C		D,E
Enrique (E)	E,A	E,B	E,C	E,D	

10 combinaciones de carreras de parejas

En el grupo de 1º C se quiere elegir, de entre 5 candidatos (Omar, Julio, Perla, Mariana y Karina) al jefe y subjefe de grupo. ¿Cuáles son las posibles combinaciones que se pueden hacer?

1. Dibuja un diagrama de árbol para representarlo:

Martha va a comprar un pastel y en la pastelería le muestran las siguientes opciones:

- Puede ser de dos formas: rectangular (r) o circular (c).
- Existen 3 sabores: chocolate (ch), tres leches (3l) o vainilla (v).
- El relleno puede ser con fresas (f) o duraznos (d).
- El decorado puede ser con crema chantilly (c), betún (b) o mantequilla (m).

2. Elabora un diagrama de árbol con las opciones que puede tener Martha para escoger un pastel:

3. Para un baile, decidieron participar Luisa (L), Andrea (A), María (M), Fernanda (F) y Lupita (L), además de Ricardo (R), Tomás (T), Jaime (J) y Omar (O). ¿Cuántas parejas diferentes de baile se pueden formar? Completa la tabla.

Niño \ Niña					

**Autoevaluación Bloque 1.**

Lee detenidamente cada situación, y en cada una de ellas tendrás 4 opciones. Realiza las operaciones en una hoja. Subraya con rojo la opción que creas correcta.

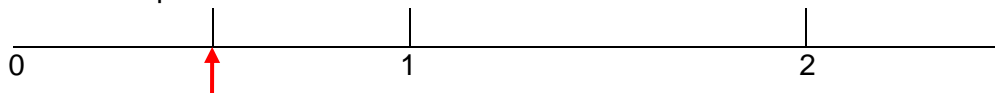
1. Número decimal que representa al MCCIII.

- a) 1023                      b) 1032                      c) 1230                      d) 1203

2. El número expresado en binario como 100111001010 corresponde a:

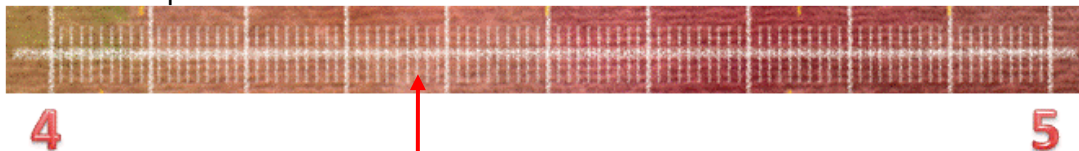
- a) 2560                      b) 2506                      c) 2558                      d) 2504

3. Elige cual es la fracción que está señalada en la recta con la flecha.



- a)  $\frac{1}{5}$                       b)  $\frac{3}{5}$                       c)  $\frac{2}{5}$                       d)  $\frac{3}{6}$

4. El número decimal que está señalado en la recta con la flecha es:



- a) 4.036                      b) 4.36                      c) 4.3                      d) 4.37

5. La fracción común equivalente a 0.8 es:

- a)  $\frac{1}{2}$                       b)  $\frac{2}{3}$                       c)  $\frac{4}{5}$                       d)  $\frac{5}{6}$

6. Es la única expresión incorrecta:

- a)  $\frac{1}{2} = 0.5$                       b)  $\frac{1}{4} = 0.25$                       c)  $\frac{3}{4} = 0.075$                       d)  $\frac{1}{5} = 0.2$

7. En un paradero hay 11 rutas y cada una tiene 11 combis. Si cada combi puede transportar a 11 personas, ¿cuántos pasajeros son transportados cuando todas las unidades van llenas?

- a) 22                      b) 1221                      c) 121                      d) 33

8. Max diseñó la carátula de un libro cuyo título puede ser azul o rojo. El fondo puede ser amarillo, verde, naranja o violeta. ¿Cuántas combinaciones se pueden hacer para la carátula?

- a) 8                      b) 6                      c) 7                      d) 9

9. Dada la siguiente sucesión numérica 11, 14, 17,..... ¿Con cuál de las siguientes expresiones se obtiene la sucesión?

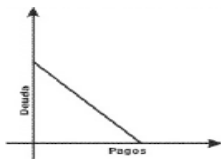
- a)  $8n + 3$                       b)  $6n + 5$                       c)  $8 + 3n$                       d)  $2n + 9$

10. Una ventana cuadrada tiene  $3600 \text{ cm}^2$  de área. Se va a reforzar con una tira de aluminio en la base. ¿Cuál deberá ser la longitud de la tira de aluminio?

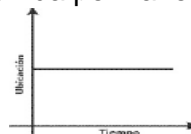
- a) 36 cm                      b) 60 cm                      c) 240 cm                      d) 900 cm

11. Las siguientes gráficas muestran diversas situaciones. ¿Cuál de ellas representa una variación proporcional directa?

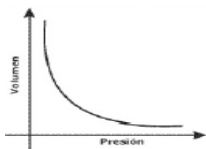
a) Al aumentar los pagos de una deuda, esta disminuye



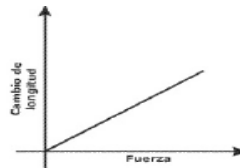
b) Un auto sale desde un punto A con velocidad constante. Al transcurrir el tiempo, la distancia recorrida permanece constante.



c) Al aumentar la presión sobre un gas, su volumen disminuye



d) Un resorte cambia su longitud dependiendo de la fuerza que se aplique



12. De las siguientes opciones selecciona la que corresponde a la definición de simetría axial:

- a) Es aquella que se efectúa respecto a un eje y éste debe ser la mediatriz del segmento que une a los puntos correspondientes de las dos figuras.
- b) Es aquella que tiene tres ejes de simetría.
- c) Es un ángulo que se emplea regla y compás.
- d) Es aquella que se puede reproducir transportando longitudes y ángulos.

13. Observa el arreglo de cada una de las siguientes composiciones de figuras, e identifica, ¿cuál es la expresión que permite obtener la sexta figura?



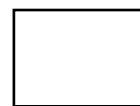
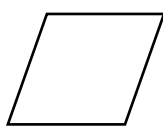
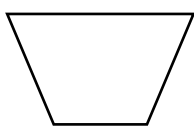
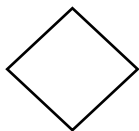
a)  $3n$

b)  $2(n + 1)$

c)  $2n + 1$

d)  $4(n - 1)$

14. Observa con atención las siguientes figuras:



Según sus características, ¿en cuál de las figuras las diagonales son las bisectrices de los ángulos respectivos?

a) Rombo

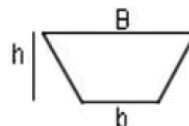
b) Trapecio

c) Romboide

d) Rectángulo

15. Observa el siguiente trapecio:

¿En cuál de las siguientes opciones se lee correctamente el área del trapecio?



$$\text{Área} = \frac{h(B + b)}{2}$$

- a) El área de un trapecio es igual a la mitad de su altura más la suma de sus bases
- b) El área de un trapecio es igual al producto de su altura por la suma de sus bases
- c) El área de un trapecio es igual a la mitad del producto de su altura por la suma de sus bases
- d) El área de un trapecio es igual a la mitad de la suma de su altura con el producto de las bases

**Bloque 2.****Sentido numérico y pensamiento algebraico.****Significado y uso de las operaciones.****Problemas aditivos.**Problemas aditivos con números fraccionarios y decimales.

A la tierra se le llama comúnmente el planeta azul debido a su gran extensión de océanos y mares. Dos terceras partes de la superficie es agua; el resto, tierra firme. Sin embargo, de toda el agua que existe en el planeta, solo 3% es agua dulce, y apenas la mitad de ésta tiene la propiedad de ser potable.

El agua es indispensable para la vida, ya que es un agente termorregulador que mantiene el equilibrio de las temperaturas, participa en las reacciones bioquímicas del metabolismo y realiza funciones purificadoras.

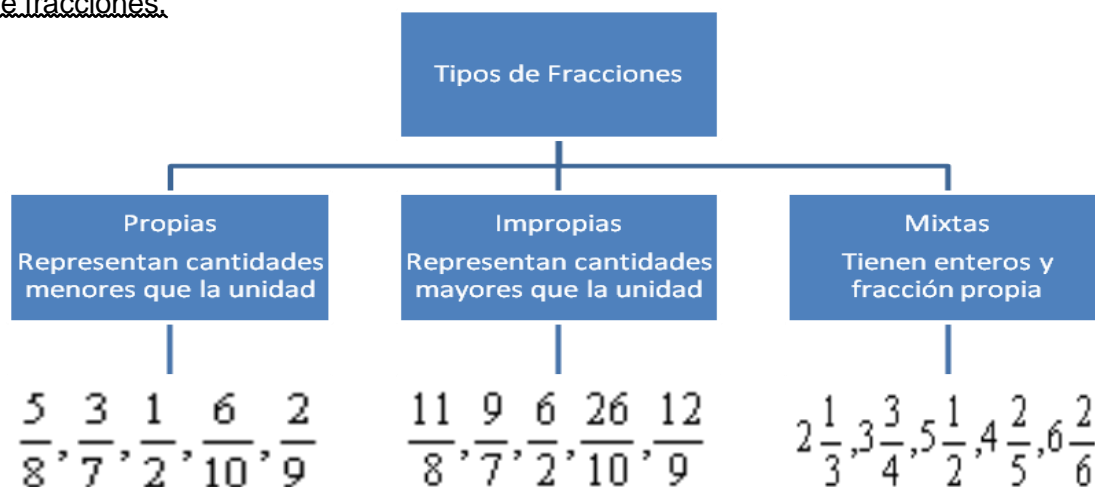
Además, constituye dos terceras partes del cuerpo humano. ¿Tú cómo cuidas el agua?



Se llama hidrósfera a la superficie líquida de la tierra, que forman los océanos, mares, ríos, lagos, pantanos, glaciares y polos. La mayor parte del agua se encuentra en los océanos. En el hemisferio norte, la superficie que ocupan las aguas es de unos 154.3 millones de  $\text{km}^2$ , en el hemisferio sur, es de alrededor de 205.75 millones de  $\text{km}^2$ .

En la tierra hay unos 1400 millones de  $\text{km}^3$  de agua, de los cuales sólo la tercera parte es agua dulce.

1. ¿Qué cantidad de agua dulce hay en la tierra? \_\_\_\_\_
2. ¿Qué cantidad de agua potable existe? \_\_\_\_\_
3. Si  $\frac{3}{4}$  partes del agua potable está en las capas de hielo de la Antártica y Groenlandia,  $\frac{1}{5}$  en ríos y lagos y  $\frac{1}{25}$  en la atmósfera, ¿Qué fracción constituye el resto de depósito? \_\_\_\_\_
4. La organización de la Naciones Unidas (ONU) ha reportado que el agua contaminada causa 80% de las enfermedades del mundo. La mayor parte de los que sufren estos padecimientos son niños menores de 5 años. Comenta con tus compañeros la importancia del agua para mantener y cuidar la salud.

Tipos de fracciones.Conversión de fracciones.

Es convertir fracciones impropias en mixtas o viceversa.

Para convertir una fracción impropia en mixta, dividimos el numerador entre el denominador, y el cociente con el residuo es lo que forma la “nueva” fracción (fracción mixta).

Por ejemplo:

$\frac{11}{8} = 1\frac{3}{8}$  ya que el 8 cabe 1 vez en el 11 y queda un residuo de 3 como numerador, se mantiene el mismo denominador de la fracción impropia.

$\frac{26}{10} = 2\frac{6}{10}$  ya que el 10 cabe 2 veces en el 26 y queda un residuo de 6.

Para convertir una fracción mixta a impropia, se multiplica el entero por el denominador y se suma el numerador transformándose este número en el “nuevo” numerador, quedando el denominador igual.

Por ejemplo:

$2\frac{1}{3} = \frac{7}{3}$  ya que se multiplica 2 por 3 = 6 y se le suma 1 =  $\frac{7}{3}$

$3\frac{3}{4} = \frac{15}{4}$  ya que se multiplica 3 por 4 = 12 y se le suma 3 =  $\frac{15}{4}$

1. Convierte las siguientes fracciones de impropia a mixta o viceversa; según sea el caso:

a)  $\frac{11}{3} =$

b)  $2\frac{5}{7} =$

c)  $\frac{15}{4} =$

d)  $3\frac{3}{5} =$

e)  $\frac{23}{2} =$

f)  $5\frac{3}{6} =$

g)  $\frac{18}{5} =$

h)  $4\frac{2}{9} =$

i)  $\frac{23}{8} =$

Simplificación de fracciones.

Es convertir la fracción a su mínima expresión, utilizando los criterios de divisibilidad tanto para el numerador como para el denominador

Por ejemplo, simplificar  $\frac{18}{27}$

Primero se saca tercia, y queda  $\frac{6}{9}$

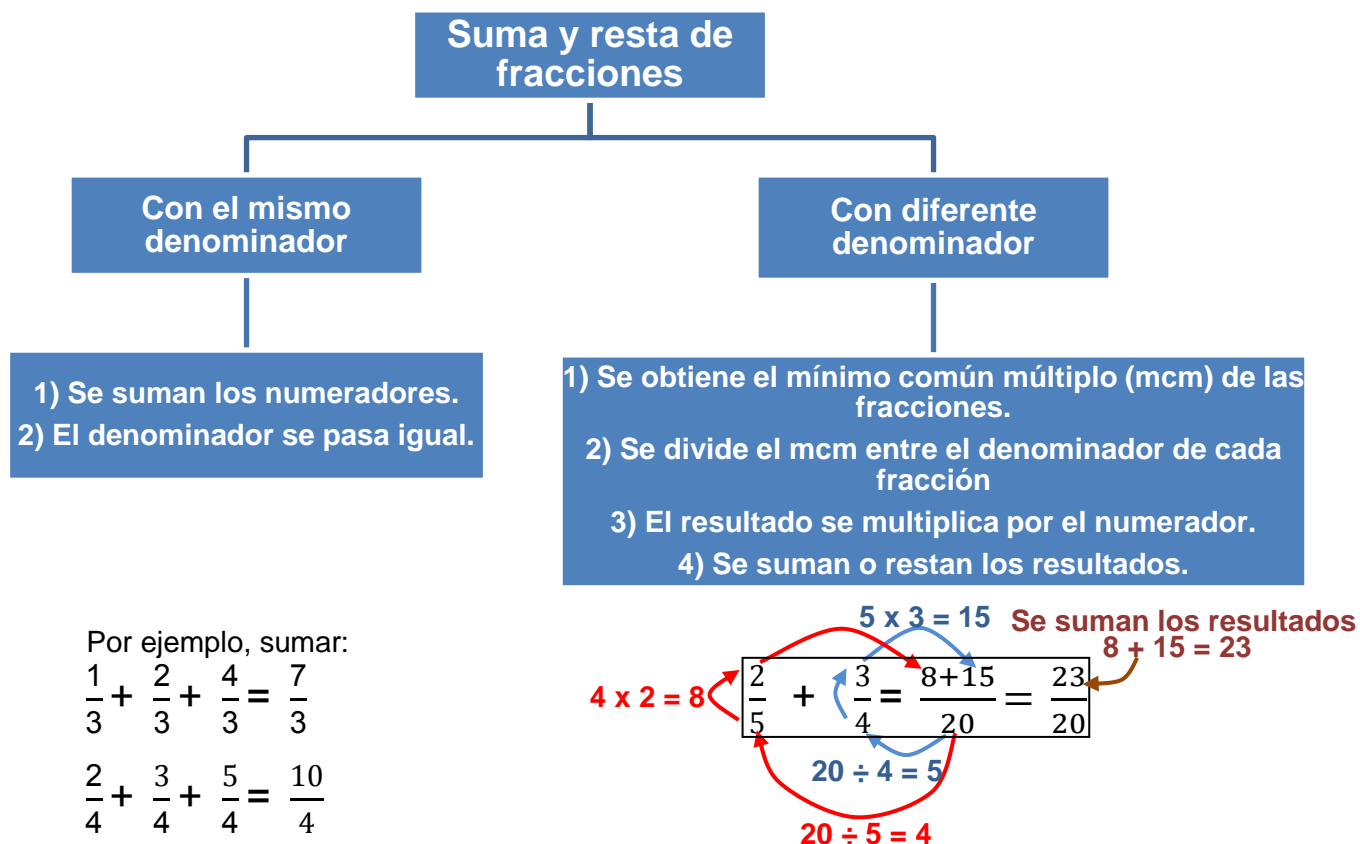
Nuevamente se saca tercia, y queda,  $\frac{2}{3}$  que es la fracción simplificada.

1. Simplifica las siguientes fracciones:

$\frac{39}{66}$	$\frac{15}{45}$	$\frac{45}{90}$
$\frac{25}{80}$	$\frac{76}{12}$	$\frac{12}{48}$
$\frac{32}{14}$	$\frac{28}{40}$	$\frac{72}{135}$

Suma y resta de fracciones.

Cuando sumamos o restamos fracciones, se pueden presentar dos casos: que el denominador de las fracciones sea el mismo, o que las fracciones tengan diferente denominador.



Procedimiento para encontrar el mínimo común múltiplo (mcm):

a. Se colocan los números en una especie de "t" separados por una coma

$$\begin{array}{c|c} 5, 4 & \\ \hline & \end{array}$$

b. Tenemos que observar y buscar factores primos que los dividan (entre 2, entre 3, entre 5 o entre 7), y el factor que es un divisor se coloca del lado derecho de la "t".

$$\begin{array}{c|c} 5, 4 & 2 \\ \hline & \end{array}$$

c. Si el divisor elegido no divide a todos los números, este o estos se bajan igual, posteriormente se busca su divisor y se hacen divisiones consecutivas hasta que debajo de cada número haya un 1; es decir, que ya no se puedan dividir.

$$\begin{array}{c|c} 5, 4 & 2 \\ \hline 5, 2 & 2 \\ 5, 1 & 5 \\ 1, 1 & \end{array}$$

d. Se multiplican todos los divisores, es decir,  $2 \times 2 \times 5 = 20$

1. Resuelve las siguientes sumas y restas de fracciones:

a)  $\frac{2}{5} + \frac{3}{5} + \frac{7}{5} = -$

b)  $\frac{5}{2} + \frac{3}{2} + \frac{6}{2} = -$

c)  $\frac{3}{4} + \frac{9}{4} + \frac{6}{4} = -$

d)  $\frac{9}{6} - \frac{5}{6} = -$

e)  $\frac{10}{7} - \frac{3}{7} = -$

f)  $\frac{15}{8} - \frac{6}{8} = -$

g)  $\frac{2}{3} + \frac{6}{8} + \frac{5}{6} =$

h)  $\frac{9}{2} + \frac{7}{4} + \frac{8}{5} =$

i)  $\frac{12}{5} + \frac{20}{6} + \frac{5}{3} =$

j)  $\frac{12}{7} + \frac{7}{4} + \frac{5}{2} =$

k)  $\frac{14}{5} + \frac{8}{7} + \frac{4}{3} =$

l)  $\frac{6}{4} + \frac{6}{9} + \frac{7}{6} =$

m)  $\frac{10}{4} - \frac{5}{3} =$

n)  $\frac{12}{6} - \frac{3}{2} =$

ñ)  $\frac{13}{7} - \frac{3}{4} =$

o)  $\frac{15}{8} - \frac{5}{4} =$

p)  $\frac{25}{9} - \frac{12}{6} =$

q)  $\frac{28}{6} - \frac{7}{2} =$

2. Resuelve los siguientes ejercicios de suma y resta de fracciones.

a) Un obrero fabricó el lunes  $14\frac{1}{2}$  docenas de piezas metálicas; el martes  $15\frac{2}{3}$  docenas, y el miércoles  $16\frac{3}{4}$  docenas. ¿Cuántas docenas de piezas terminó en los tres días? ¿Cuántas **piezas** fueron en total?

b) Si a  $\frac{3}{4}$  de tonelada de azúcar agrego  $\frac{1}{2}$  tonelada, ¿Cuánto tengo?



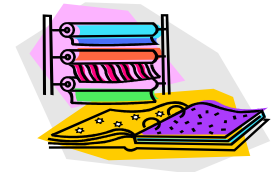
c) Si Javier ve que su reloj marca las  $6\frac{1}{2}$  y después de un rato el reloj avanzó  $\frac{3}{4}$  de hora, ¿Qué hora marca el reloj?



d) De los alumnos del salón de 1º A, a  $\frac{2}{5}$  partes les gusta jugar fútbol, a  $\frac{1}{4}$  parte le gusta jugar basquetbol, a  $\frac{1}{3}$  parte le gusta jugar voleibol, y a los demás no les gusta practicar deporte. ¿A cuántos alumnos no les gusta practicar deporte?



e) Para hacer una blusa, la mamá de Martha compra  $\frac{8}{5}$  de metro de tela, de los cuales utiliza  $\frac{3}{4}$  de metro. ¿Cuántos metros de tela le sobraron?



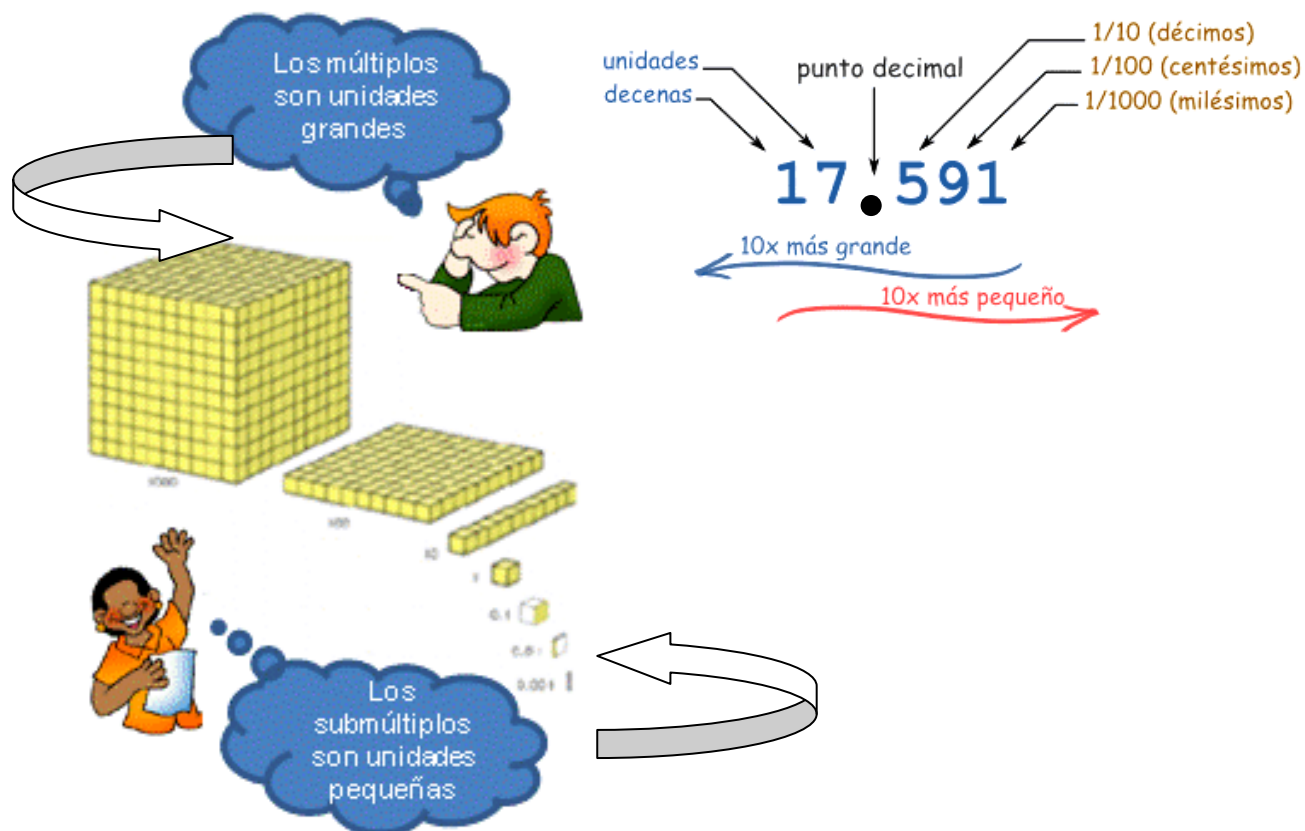
f) Si en el restaurante por la mañana tenían  $7\frac{1}{2}$  kilogramos de café y se vendieron  $7\frac{3}{4}$  kilogramos durante el día. ¿Cuántos kilogramos de café hay al final del día?



Números decimales.

El sistema decimal, con múltiplos y submúltiplos, queda de la siguiente manera:

Múltiplos								Unidades	Submúltiplos (números decimales)					
Centenas de millón	Decenas de millón	Unidades de millón	Centenas de millar	Decenas de millar	Unidades de millar	Centenas	Decenas		Décimos	Centésimos	Milésimos	Diezmilésimos	Cienmilésimos	Millonésimos



Recuerda que los números decimales se escriben a la derecha de los enteros, separados por un punto, y también pueden expresarse como una fracción decimal, resultado de dividir el número entre 10 o alguno de sus submúltiplos.

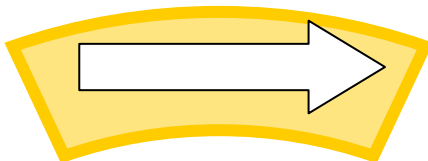
Un número decimal se forma cuando se divide un entero o la unidad entre un número más grande.

- El primer decimal se llama “**décimo**”, y resulta cuando se divide la cantidad entre 10.  
Por ejemplo  $7 \div 10 = 0.7$ ;  $3 \div 10 = 0.3$
- El segundo decimal se llama “**centésimo**”, y resulta cuando se divide la cantidad entre 100.  
Por ejemplo:  $8 \div 100 = 0.08$ ;  $23 \div 100 = 0.23$
- El tercer decimal se llama “**milésimo**”, y resulta cuando se divide la cantidad entre 1000.  
Por ejemplo:  $6 \div 1000 = 0.006$ ;  $82 \div 1000 = 0.082$ ;  $536 \div 1000 = 0.536$

Suma y resta de decimales.

**Para sumar o restar números decimales, hay que seguir estos pasos:**

1) Las cifras de cada número se alinean a partir del punto decimal para sumarlos o restarlos.



2) Se empiezan a hacer las operaciones con los de menor orden, es decir, de derecha a izquierda.

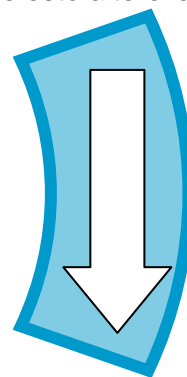
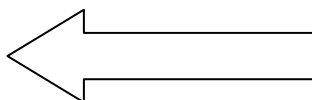
Quando los términos que forman una suma o resta no tienen el mismo número de cifras decimales, se les puede agregar los ceros que sean necesarios sin que esto altere la operación.

Por ejemplo, suma  $8.75 + 15.5 + 25$

	Unidades	Decenas	Punto decimal	Décimos	Centésimos
	8		.	7	5
+	1	5	.	5	0
	2	5	.	0	0
	4	9	.	2	5

Por ejemplo, resta  $100 - 64.75$

	100.00
-	64.75
	35.25



3) Se coloca el punto decimal en el resultado, exactamente debajo de los puntos de los términos de la operación.

1.

**Realiza las siguientes sumas y restas con decimales. Colócalas en forma vertical y resuelve.**

a)  $37.705 + 92.61 + 8.435$

b)  $6.034 + 58.81 + 27.8$

c)  $23.06 + 814.357 + 9.8$

d)  $75.298 + 39.42 + 9.393$

e)  $16.34 + 98.387 + 38.906$

f)  $18.387 + 3.93 + 837.426$

Resuelve los siguientes ejercicios:

2. Roberto compró en juguetería 8 carritos de \$ 14.55 cada uno, 7 rompecabezas de \$ 65.3 cada uno y 9 barbies de \$ 235.75 cada uno. Si pagó con 3 billetes de \$ 1000, ¿cuánto le dieron de cambio y cuánto gastó de cada juguete?

Datos	Operaciones			Resultados
	Carritos	Rompecabezas	Barbies	Carritos
	Cambio			Rompecabezas
				Barbies
				Cambio

3. En el maratón de la ciudad de Acámbaro, Adriana corrió los primeros 10 km en 8.55 minutos, los siguientes 10 km en 9.35 minutos, los siguientes 10 km en 9.53 minutos y los últimos 10 km en 10.2 segundos. ¿En cuántos minutos corrió Adriana toda la carrera?



4. En una bodega, hay 3 bultos de frijol que pesan respectivamente 47.6, 53.257 y 49.345 kg. ¿Cuántos kilogramos de frijol hay en la bodega?



5. Para hacer una carne asada, Martín fue a la carnicería y compró 3.5 kg de chorizo, 2.75 kg de bistec, 1.250 kg de queso y 2.500 kg de tortillas, y metió todo en una bolsa. ¿Cuánto pesó su bolsa?



6. Sonia ahorró durante una semana \$ 12.5, \$ 25.8, \$ 8.75, \$ 18.35 y \$ 7.2. ¿Cuánto dinero tiene al final de la semana?

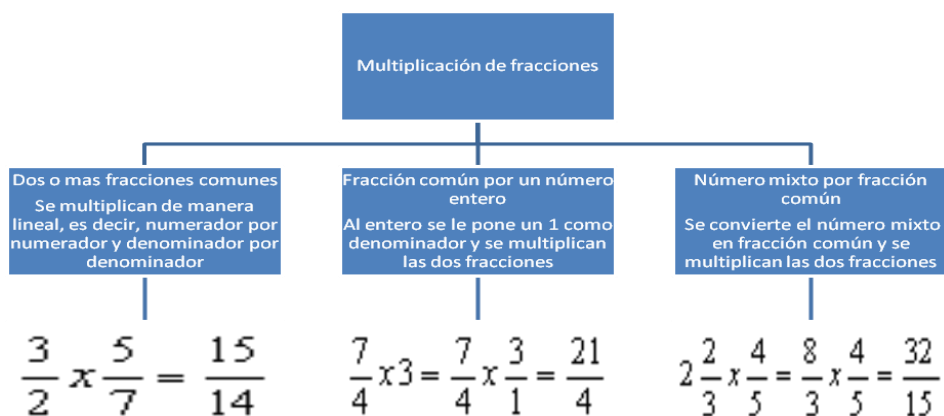


7. Don Roque el albañil recibió 18.75 toneladas de cemento, y utilizó 15.865 toneladas para construir una casa. ¿Cuánto cemento le queda?



8. De un pedazo de tela de 25 metros, doña Beatriz la costurera utilizó 4.5 m para una blusa, 8.75 m para un pantalón y 6.25 m para una falda. ¿Cuánta tela le queda?



**Problemas multiplicativos.**Multiplicación de fracciones.

1. Resuelve las siguientes multiplicaciones de fracciones, simplifica y obtén enteros si es necesario:

a)  $\frac{3}{5} \times \frac{6}{7} =$

b)  $\frac{4}{3} \times 6 =$

c)  $\frac{3}{8} \times 2\frac{2}{5} =$

d)  $\frac{2}{3} \times \frac{8}{4} =$

e)  $5 \times \frac{6}{5} =$

f)  $4\frac{1}{3} \times \frac{2}{9} =$

Resuelve los siguientes ejercicios de multiplicaciones con fracciones.

Por ejemplo: si en una escuela de 462 alumnos, las dos terceras partes son hombres. ¿Cuántos hombres hay?

$$462 \times \frac{2}{3} = \frac{462}{1} \times \frac{2}{3} = \frac{924}{3} = 308$$

**R = En la escuela hay 308 hombres**

2. De 5 galones de pintura, Don Lucho se gastó la cuarta parte para pintar la sala. ¿Cuánto pintura gastó Don Lucho?



3. Si el metro de tubo de cobre vale \$ 125, ¿cuánto me costarán  $\frac{4}{5}$  de metro?



4. El recorrido total de una pista de atletismo es de  $\frac{2}{5}$  de km. Si Miguel dio 5 vueltas, ¿cuál es la distancia que recorrió? \_\_\_\_\_

5. Sobre una báscula se han colocado 8 bolsas, si cada bolsa pesa  $1\frac{1}{2}$  de kg, ¿cuál será la lectura que registra la báscula? Expresa el resultado en fracciones de kg.  
\_\_\_\_\_

6. Alejandra llenó una botella  $\frac{3}{4}$  de litro con agua y vació su contenido en una jarra que estaba vacía. Esta acción la realizó en 6 ocasiones. ¿Qué cantidad de agua hay dentro de la jarra?



7. La siguiente es una lista de ingredientes para elaborar tortitas de pescado (6 porciones).

Ingredientes:

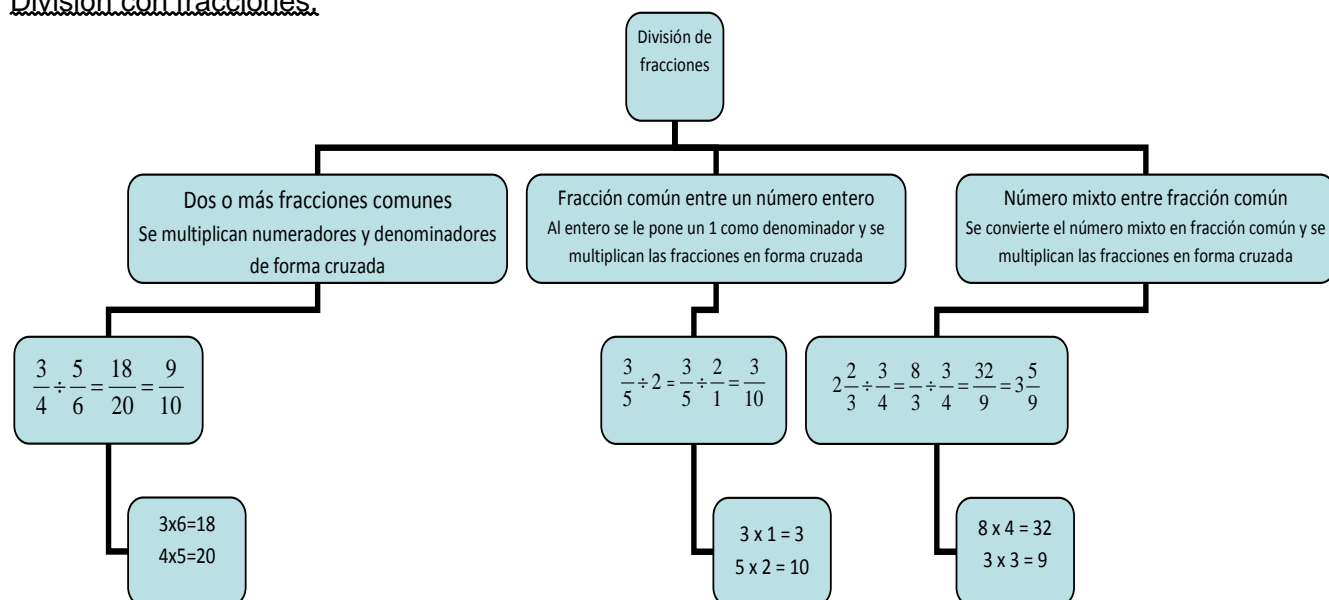
- 1 kg de pescado en trozos
- $\frac{1}{2}$  taza de leche ( 125 mililitros)
- $\frac{1}{2}$  cebolla (100g)
- $\frac{3}{4}$  de taza de aceite (187.5 mililitros)
- Un bolillo frío (70 g)
- 6 cucharas de mayonesa (60g)
- 2 dientes de ajo (4 g)
- Hierbas de olor al gusto
- Sal y pimienta al gusto

a) Calcula la cantidad de ingredientes necesarios para hacer 12 porciones de tortitas de pescado:

b) Calcula la cantidad de ingredientes necesarios para elaborar 9 porciones de tortitas de pescado:

8. Si las  $\frac{3}{8}$  partes de un número son 24. ¿Cuál es el número?

9. Un cuadrado aumenta una décima parte en cada uno de sus lados. ¿Cuánto aumenta su área?

División con fracciones.

1. Realiza las siguientes divisiones de fracciones, simplifica y obtén enteros si es necesario:

a)  $\frac{4}{7} \div \frac{6}{5} =$

b)  $\frac{2}{5} \div 3 =$

c)  $\frac{3}{8} \div 2\frac{2}{6} =$

d)  $4 \div \frac{5}{9} =$

e)  $3\frac{1}{4} \div \frac{4}{5} =$

f)  $\frac{9}{5} \div \frac{3}{6} =$

g)  $4\frac{2}{3} \div 3\frac{5}{7} =$

h)  $\frac{8}{5} \div \frac{3}{4} =$

i)  $\frac{7}{11} \div 5 =$

Resuelve los siguientes ejercicios:

1. Hay seis cajas iguales de mercancía. Entre todas las cajas pesan  $25\frac{3}{5}$  kg. ¿Cuánto pesa cada caja?

2. Si para hacer una camisa se necesita  $1\frac{3}{4}$  m de tela, ¿cuántas camisas se podrán hacer con una pieza de tela de  $27\frac{1}{2}$  metros?

3. Si tenemos un saco con 50 kg de azúcar, ¿cuántas bolsas de  $2\frac{1}{2}$  kg podemos llenar?

Multiplicación de decimales.

Cuando se multiplica una cantidad por un decimal, hay que observar cuántos números decimales hay, porque hay que poner el punto decimal contando a partir de la derecha tantas veces como sea el número decimal (si es un décimo, se recorre un lugar, un centésimo dos lugares, un milésimo 3 lugares, y así sucesivamente).

Por ejemplo:

$$\begin{array}{r} 6 \\ \times 0.5 \\ \hline 3.0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 12 \\ \times 0.8 \\ \hline 9.6 \end{array} \quad \begin{array}{r} 15 \\ \times 0.7 \\ \hline 10.5 \end{array}$$

El punto se pone un lugar a partir de la derecha porque se multiplica x décimos.

$$\begin{array}{r} 23 \\ \times 0.35 \\ \hline 105 \\ 69 \\ \hline 7.95 \end{array} \quad \begin{array}{r} 386 \\ \times 0.52 \\ \hline 772 \\ 1930 \\ \hline 200.72 \end{array}$$

El punto se recorre dos lugares a partir de la derecha porque se multiplica x centésimos.

$$\begin{array}{r} 47 \\ \times 0.268 \\ \hline 376 \\ 282 \\ 94 \\ \hline 12.596 \end{array} \quad \begin{array}{r} 89 \\ \times 0.756 \\ \hline 534 \\ 445 \\ 623 \\ \hline 67.284 \end{array}$$

El punto se recorre tres lugares a partir de la derecha porque se multiplica x milésimos.

Cuando se multiplica un decimal por 10 o alguno de sus múltiplos (100, 1 000, 10 000, etc.), pasa lo contrario que en la división, porque ahora el punto decimal se recorre a la derecha tantas veces como el número de ceros que tenga el multiplicador.

Por ejemplo:

- Al multiplicar  $8.5 \times 10$ , como el multiplicador tiene un cero, el punto decimal se recorre un lugar a la derecha. Quedando como resultado 85.  
 $94.3 \times 10 = 943$        $0.7 \times 10 = 7$
- Al multiplicar  $28.74 \times 100$ , como el multiplicador tiene dos ceros, el punto decimal se recorre dos lugares a la derecha, quedando como resultado 2874.  
 $8.5 \times 100 = 850$ , porque como ya no hay números después de la última cifra (que en este caso es el 5) se agrega un cero a la derecha.
- Al multiplicar  $46.53 \times 1000$ , como el multiplicador tiene tres ceros, el punto decimal se recorre tres lugares a la derecha, y como ya no hay números después de la última cifra (que en este caso es el 3) se agrega un cero a la derecha, quedando como resultado 46 530.  
 $5.354 \times 1000 = 5\,354$

1. Resuelve las siguientes multiplicaciones con decimales:

a)  $405.43 \times 31$

b)  $87 \times 0.02$

c)  $101 \times 0.101$

d)  $379.4 \times 28$

e)  $562 \times 2.34$

f)  $254 \times 38.5$

2. Resuelve las siguientes multiplicaciones recorriendo únicamente el punto decimal indicando.

a)  $41.5 \times 10 =$  \_\_\_\_\_

b)  $245.38 \times 10\ 000 =$  \_\_\_\_\_

c)  $34.51 \times 100 =$  \_\_\_\_\_

d)  $12.38 \times 100\ 000 =$  \_\_\_\_\_

e)  $4.65 \times 1\ 000 =$  \_\_\_\_\_

f)  $19.8742 \times 1\ 000\ 000 =$  \_\_\_\_\_

Resuelve los siguientes ejercicios:

3. Carlos compró 1.25 kg de bistec con un precio de \$ 58.60 por kilogramo. ¿Cuánto pagó?

4. Manuel pagó \$ 6.00 por 20 copias. Al día siguiente sacará 28 copias, ¿Cuánto deberá pagar?

5. Paquito vendió 25 lápices a \$ 3.5 cada uno. ¿Cuánto obtuvo Paquito por su venta?

## Forma, espacio y medida.

### Formas geométricas.

### Medidas y ángulos.

#### Mediatriz.

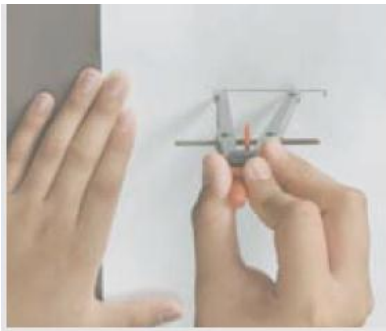
La **mediatriz** de un segmento es la recta que lo divide en dos partes iguales y que es perpendicular a ese segmento.

Para trazarla sigue estos sencillos pasos:

1) Trazamos un segmento de recta AB



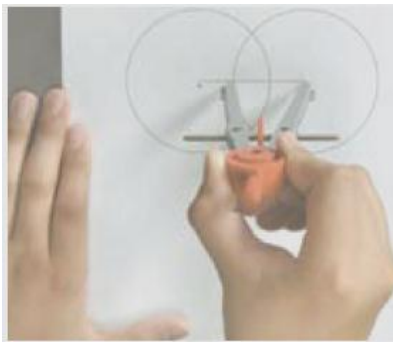
2) Tomando como centro el punto A, abre tu compás más de la mitad del segmento de recta



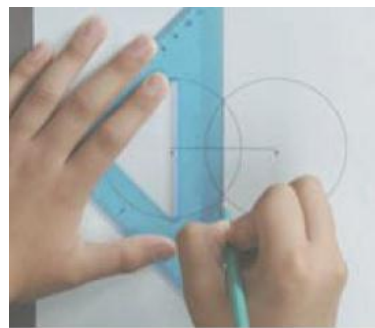
3) Traza una circunferencia



4) Ahora desde el punto B se traza una Circunferencia de igual radio que la anterior.



5) Traza una recta donde se unen cada una de las dos circunferencias.



A esta recta se le conoce como **mediatriz (M)**.

1. Traza la mediatriz del segmento AB cuya longitud es igual a:

a) 4 cm

b) 7 cm



c) 8 cm

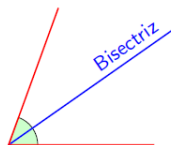


d) 9 cm



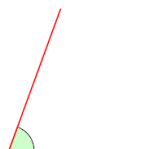
## Bisectriz

La **bisectriz** es la recta que divide a un ángulo en dos ángulos de la misma medida, es decir, la bisectriz es el eje de simetría del ángulo.

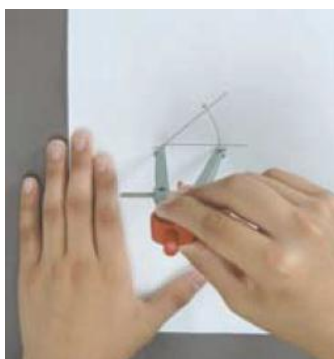


Para trazarla sigue estos sencillos pasos:

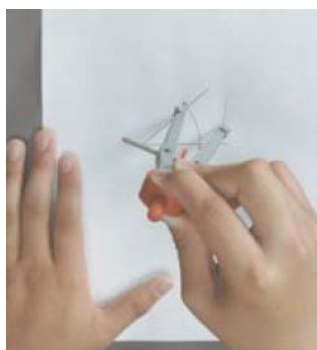
1) Se dibuja el ángulo sobre el cual se trazará la bisectriz.



2) Se abre el compás a cualquier medida para dibujar dos arcos de mismo radio que pasen por cada una de los lados del ángulo, apoyándose desde el vértice.

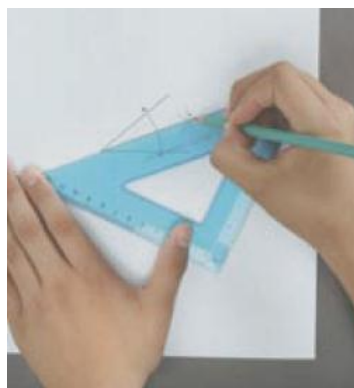


3) Ahora, apoyándote desde el punto A y el punto B traza arcos del mismo radio que se corten entre ellos en un punto Q.

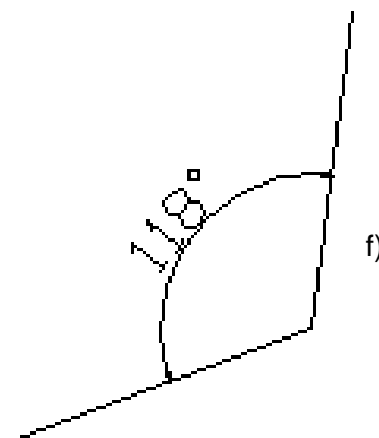
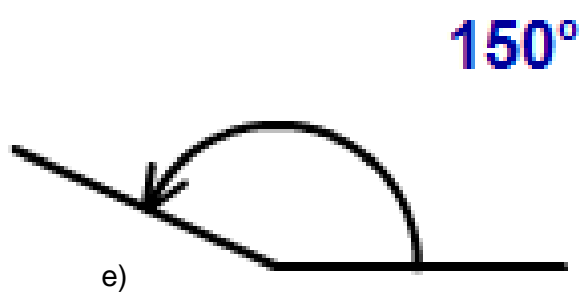
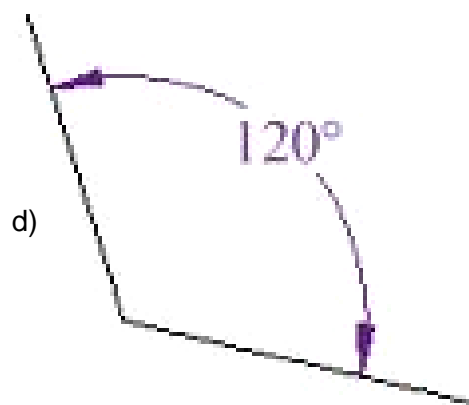
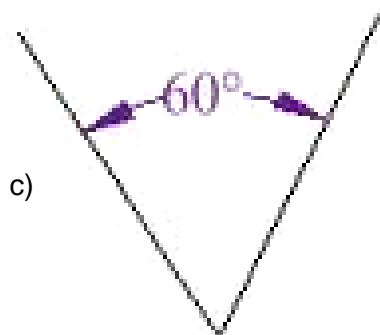
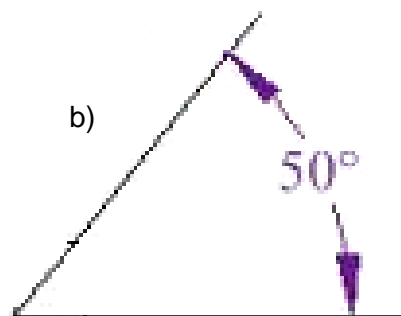
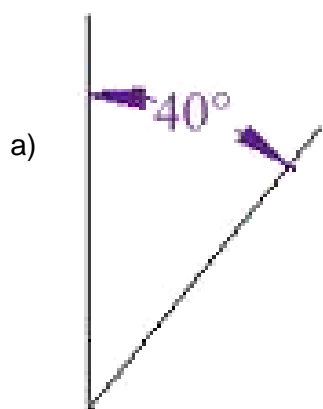


4) Por último trazamos una recta desde el vértice del ángulo y la intersección de los radios

Esta es la **bisectriz**.



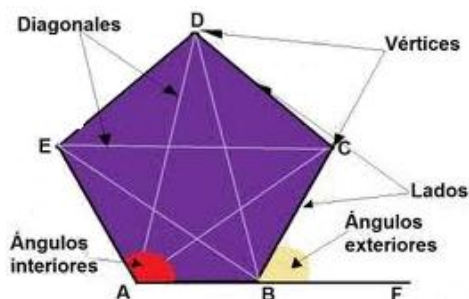
1. Traza la bisectriz de los siguientes ángulos y mide con tu compás la medida de cada nuevo ángulo:



## Figuras planas.

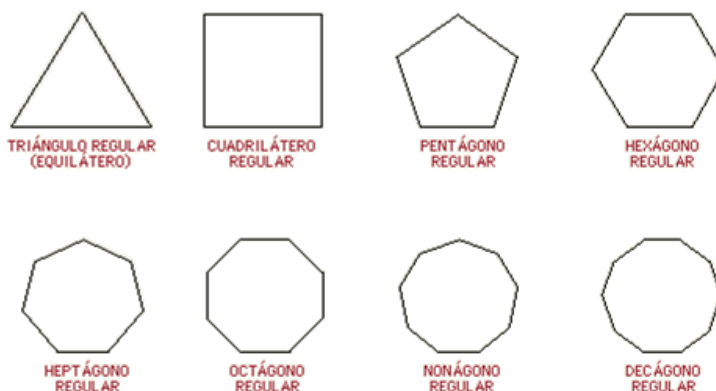
### Construcción de polígonos regulares a partir de distintas informaciones.

La palabra polígono proviene del griego (muchos) y gonía (ángulo). Los polígonos tienen lados, vértices, ángulos interiores y exteriores, y diagonales.



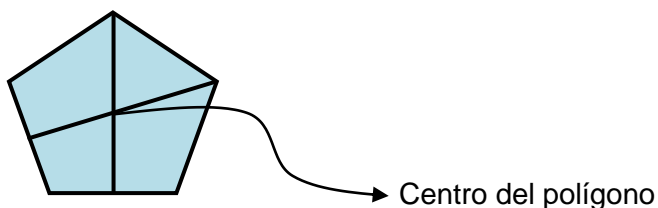
Un polígono es regular cuando todos sus lados tienen la misma longitud y todos sus ángulos interiores son iguales (es equilátero y equiangular). Se le denomina como cíclico si todos sus puntos están sobre una circunferencia.

Ejemplos de polígonos regulares son:



Cuando se trazan dos ejes de simetría en un polígono regular, el punto donde se cortan es el **centro del polígono**.

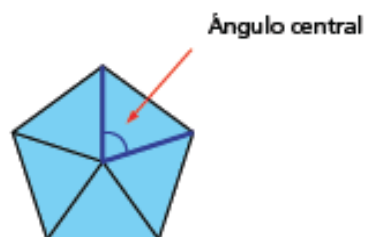
Por ejemplo:



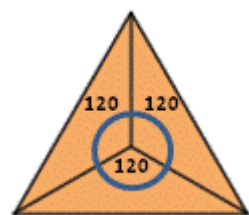
1. Encuentra el centro de los siguientes polígonos:



Los **ángulos centrales** de un polígono son los que tienen su vértice en el centro del polígono y sus lados pasan por dos vértices consecutivos del polígono. Traza todos los ejes de simetría. Observa cómo se marcó el ángulo central de la siguiente figura:



2. Encuentra el ángulo central de los siguientes polígonos, midiendo y anotando la medida de cada ángulo en la tabla que está debajo, guiándote con el ejemplo:



TRIÁNGULO REGULAR  
(EQUILÁTERO)



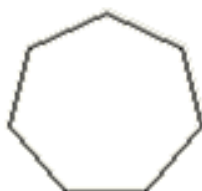
CUADRILÁTERO  
REGULAR



PENTÁGONO  
REGULAR



HEXÁGONO  
REGULAR



HEPTÁGONO  
REGULAR



OCTÁGONO  
REGULAR



NONÁGONO  
REGULAR



DECÁGONO  
REGULAR

Figura	# de lados	# de ángulos centrales	Medida de cada ángulo central	Número de lados x ángulo central
<b>Triángulo equilátero</b>	<b>3</b>	<b>3</b>	<b>120°</b>	<b>3 x 120 = 360°</b>
Cuadrilátero				
Pentágono				
Hexágono				
Heptágono				
Octágono				
Nonágono				
Decágono				

Con los datos anteriores, podemos concluir que la medida del ángulo central de un polígono se calcula dividiendo la longitud de la circunferencia ( $360^\circ$ ) entre el número de lados del polígono.

En el ejemplo del triángulo, dividimos

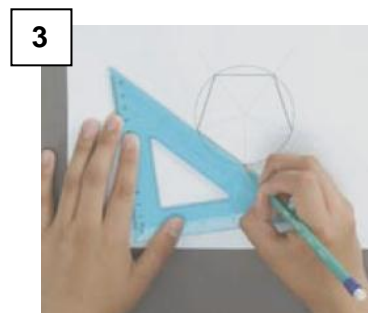
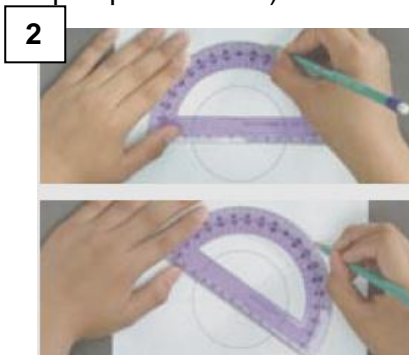
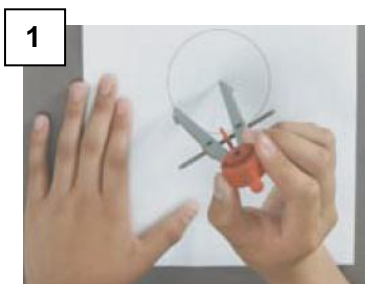
$$\begin{array}{r} 120 \\ 3 \overline{) 360} \\ \underline{06} \\ 00 \\ \underline{0} \end{array}$$

Por lo que cada ángulo central de un triángulo equilátero mide  $120^\circ$ .

Con este razonamiento, traza polígonos inscritos en una circunferencia con estos pasos:

Por ejemplo, para un pentágono:

- 1) Traza una circunferencia del radio que quieras      2) Se trazan 5 ángulos centrales de  $72^\circ$  ( $360 \div 5$ )

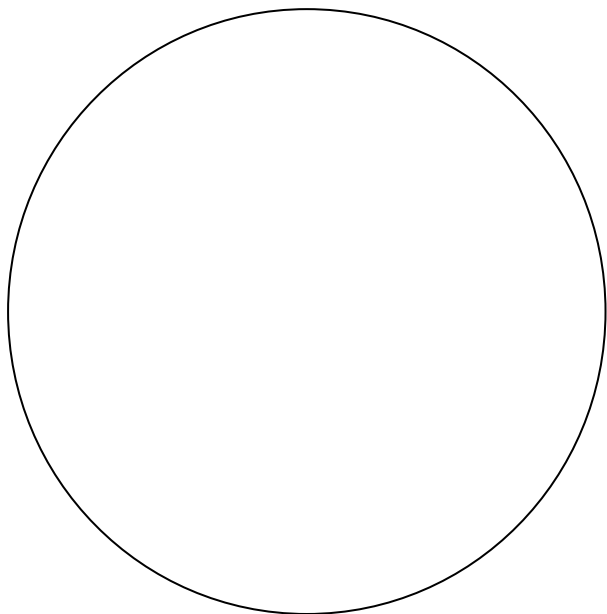


- 3) Se unen las marcas para formar el polígono.

3. Traza circunferencias de 4 cm de radio e inscribe en ellas (que queden las figuras dentro de la circunferencia) un triángulo equilátero, un cuadrado, un pentágono, un hexágono, un heptágono y un octágono:

a) Triángulo equilátero

b) Cuadrado

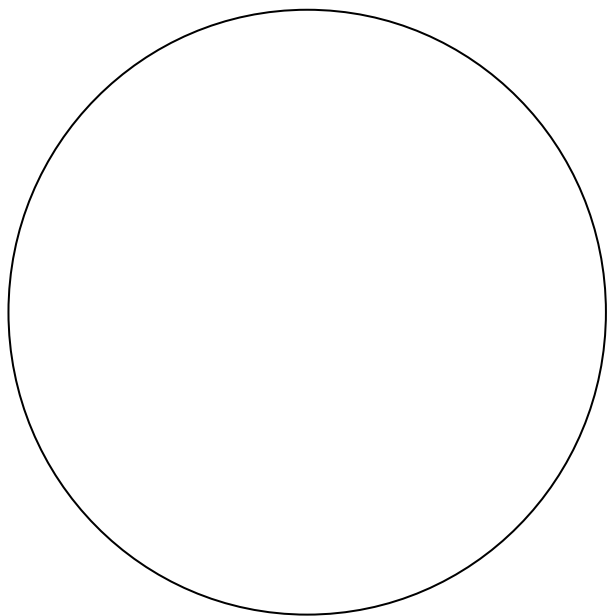


c) Pentágono

d) Hexágono

e) Heptágono

f) Octágono

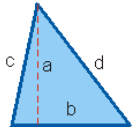
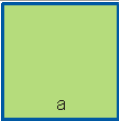
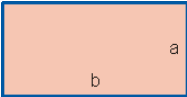
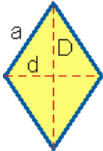
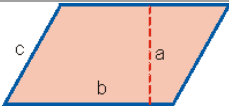
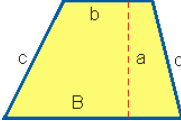
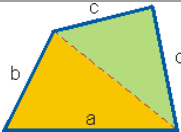
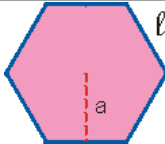


**Medida.****Justificación de formulas.**

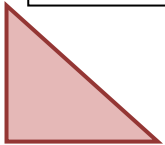
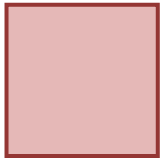
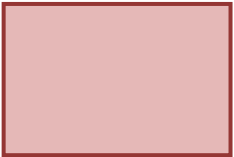
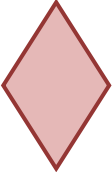


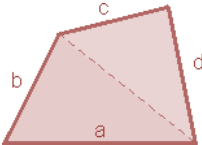
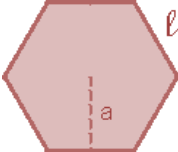
El perímetro, el área y el volumen son medidas de uso común en diseños, edificaciones, en el estudio de estructuras, en la comparación de cuerpos de formas diversas, etc. Razón por la cual es importante su estudio.

Se le llama perímetro tanto al contorno de una figura como a la medida de éste, mientras que el área comprende la región interior de una figura y su medida.

Área y perímetro de triángulos, cuadriláteros y polígonos regulares.

Nombre	Dibujo	Perímetro	Área
<b>Triángulo</b>		$P = \text{Suma de los lados}$ $P = b + c + d$	$A = \frac{b \cdot a}{2}$
<b>Cuadrado</b>		$P = 4 \cdot a$	$A = a^2$
<b>Rectángulo</b>		$P = 2(b + a)$	$A = b \cdot a$
<b>Rombo</b>		$P = 4 \cdot a$	$A = \frac{D \cdot d}{2}$
<b>Romboide</b>		$P = 2(b + c)$	$A = b \cdot a$
<b>Trapecio</b>		$P = B + c + b + d$	$A = \frac{B + b}{2} \cdot a$
<b>Trapezoide</b>		$P = a + b + c + d$	$A = \text{Suma de las áreas de los dos triángulos}$
<b>Polígono regular</b>		$P = n \ell$	$A = \frac{1}{2} P \cdot a$

1. Calcula el perímetro y área de las siguientes figuras, midiendo con tu regla los lados y alturas:

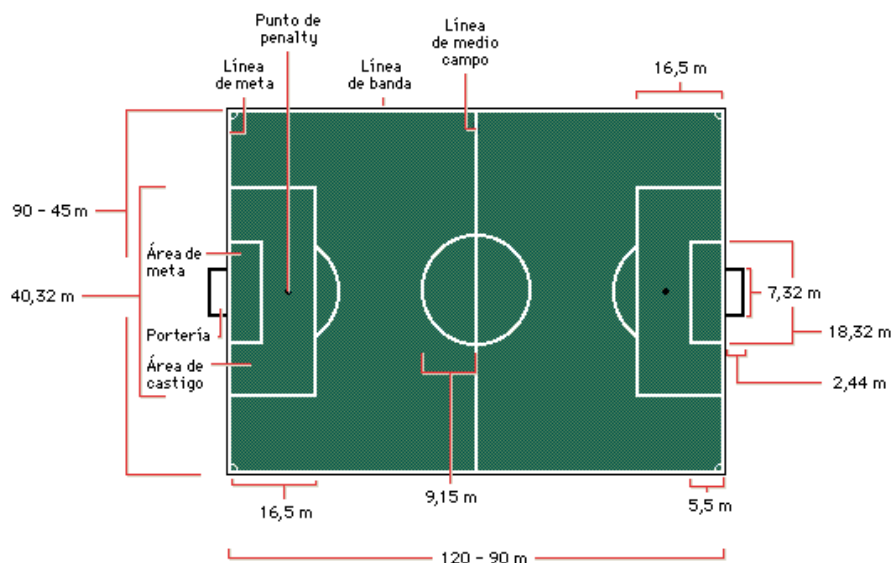
Figura	Perímetro	Área
		
		
		
		
		
		
		
		

**Manejo de la información.****Análisis de la información.****Relaciones de proporcionalidad.**Proporcionalidad directa con fracciones y decimales.

El factor constante de proporcionalidad es el cociente de la comparación entre dos conjuntos de cantidades, que puede ser un decimal o una fracción. Si al aumentar o disminuir una de las cantidades la otra también aumenta o disminuye en la misma proporción, se conoce como **proporcionalidad directa**.

La constante de proporcionalidad es la cantidad por la que se deben multiplicar o dividir los valores de una columna para obtener los de la otra columna.

Las medidas reales de una cancha de fútbol son las siguientes:



En base a esa información, completa la siguiente tabla, encontrando el factor de proporcionalidad:

Lugar de la cancha	Medida del dibujo (cm)	Medida real (m)
Largo de toda la cancha	6.6	120
Ancho de toda la cancha		90
Ancho del área chica o de meta		5.5
Largo del área chica o de meta		18.32
Largo de la portería		7.32
Ancho del área grande o de castigo		16.5 m
Largo del área grande o de castigo		40.32 m
Radio del círculo central		9.15 m

Resuelve los siguientes ejercicios:

1. Si con la llave del agua abierta por 10 minutos el depósito ha subido 35 centímetros, ¿Cuánto tiempo más debe permanecer abierta la llave para que el nivel suba a 70 centímetros?

a) ¿Qué nivel alcanzará al minuto 28?

2. Adriana pintó una pared de  $3\text{m}^2$  con una mezcla de un litro de pintura azul y  $\frac{1}{2}$  litro de pintura rosa. Si ahora quiere pintar una pared de  $1\text{m}^2$  ¿Cuánta pintura azul y cuanta pintura rosa necesita para que le queden ambas paredes del mismo color?

Aplicación sucesiva de la constante de proporcionalidad.

Resuelve las siguientes situaciones:

1. Una fotografía se reduce con una escala de 1 a 4, es decir, tanto el ancho como el largo de la fotografía se reducen a la cuarta parte. En seguida se reduce nuevamente con una escala de 1 a 4. Si las medidas de la fotografía original son de 24 centímetros de largo por 16 centímetros de ancho:

a) ¿Cuánto mide el largo de la fotografía al hacerle las dos reducciones?

b) ¿Cuánto mide el ancho de la fotografía al hacerle las dos reducciones?

c) ¿Cuál es la constante de proporcionalidad que permite pasar directamente de las medidas originales de la fotografía a las medidas de la reducción final?

2. Ésta es una receta para elaborar la sopa de arroz rojo (rinde 8 porciones)

1/4 kilo de Arroz

3 Jitomates

1 pedazo de Cebolla

2 dientes de Ajo

1 cucharada de consomé

Aceite al gusto

Por cada taza de arroz, son 2 de agua

a) Si se quisieran preparar 12 porciones de sopa de arroz, ¿qué cantidades de cada ingrediente se necesitarían?

b) Si se quisieran preparar 18 porciones de sopa de arroz, ¿qué cantidades de cada ingrediente se necesitarían?

3. Una cámara fotográfica cuenta con 2 lentes para tener un mejor alcance. La primer lente hace una ampliación de 3.5 mega pixeles por cada centímetro que mida el objeto. La segunda lente hace una ampliación de 4.3 mega pixeles por cada centímetro que mida el objeto. Si toma las siguientes fotografías, calcula el tamaño en pixeles.

	Ampliación en el lente 1	Ampliación en el lente 2
Foto 1: 3.5 cm		
Foto 2: 4.2 cm		
Foto 3: 6.4 cm		
Foto 4: 2.5 cm		

4. ¿Cuál es el factor de proporcionalidad que se tiene que aplicar a cualquier objeto ya con los dos lentes? \_\_\_\_\_ ¿Cómo lo obtuviste?

**Autoevaluación Bloque 2.**

Lee detenidamente cada situación, y en cada una de ellas tendrás 4 opciones. Realiza las operaciones en una hoja. Subraya con rojo la opción que creas correcta.



- Si una Sandía pesó  $6\frac{1}{2}$  kg y un melón  $1\frac{3}{4}$  kg, ¿qué diferencia de peso tienen?  
 a)  $4\frac{3}{4}$  kg      b)  $3\frac{1}{2}$  kg      c)  $2\frac{3}{4}$  kg      d)  $1\frac{1}{2}$  kg
- Si una papaya pesa  $2\frac{3}{4}$  kg un melón  $1\frac{1}{2}$  y una jícama  $\frac{3}{4}$  kg, las tres frutas juntas pesan:  
 a) 6 kg      b) 5 kg      c)  $4\frac{1}{2}$  kg      d)  $4\frac{3}{6}$  kg
- Si se tiene una tabla de 2.0 m de largo y de grosor 0.3 m, el grueso de toda la tabla es:  
 a) 0.06 m      b) 0.6 m      c) 6.0 m      d) 0.3 m
- Si el basquetbolista Michael Jordan anotaba en promedio 64 puntos cada 2 partidos, ¿cuántos puntos habrá anotado al final de una temporada de 85 partidos?  
 a) 2700      b) 5440      c) 3000      d) 2720
- La altura de cada uno de los diecinueve pisos de una torre es de 3.25 m ¿Cuál es la altura total del edificio?  
 a) 62 m      b) 61.75 m      c) 61.57 m      d) 62.75 m
- Un deportista bebe  $2\frac{1}{2}$  litros de agua el sábado y  $1\frac{3}{4}$  el domingo. ¿Cuánta agua tomó en total en esos dos días?  
 a)  $\frac{17}{4}$       b)  $\frac{17}{3}$       c)  $\frac{17}{2}$       d)  $\frac{17}{6}$
- Una puerta mide  $\frac{7}{2}$  m de largo y  $\frac{17}{10}$  m de ancho. El área de esta puerta es:  
 a) 4.9 m      b) 5.9 m      c) 6.9 m      d) 2.9 m
- Si en un examen con 20 aciertos se obtiene un 5 de calificación, ¿cuánto vale cada acierto?  
 a) 4      b) 2      c) 0.25      d) 0.4
- Para trazar un pentágono inscrito en una circunferencia, hay que trazar ángulos de:  
 a)  $60^\circ$       b)  $72^\circ$       c)  $45^\circ$       d)  $90^\circ$
- De un pedazo de tela de 15 metros, doña Martha utilizó 2.7 m para una blusa, 4.25 m para un pantalón y 3.3 m para una falda. ¿Cuánta tela le queda?  
 a) 4.85 m      b) 4.7 m      c) 4.5 m      d) 4.75 m

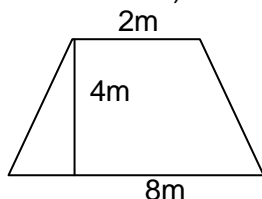
11. Calcula el área del siguiente trapecio:

a)  $20\text{m}^2$

b)  $14\text{m}^2$

c)  $12\text{m}^2$

d)  $10\text{m}^2$



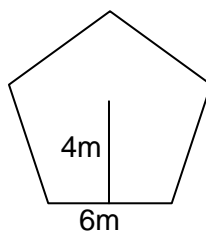
12. Calcula el perímetro del siguiente pentágono:

a) 10 m

b) 12 m

c) 20 m

d) 30 m



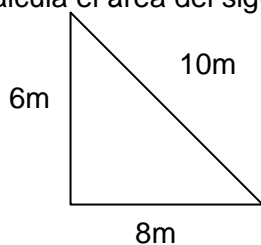
13. Calcula el área del siguiente triángulo:

a)  $24\text{ m}^2$

b)  $30\text{ m}^2$

c)  $20\text{ m}^2$

d)  $30\text{ m}^2$



14. Si con la llave del agua abierta por 8 minutos un depósito ha subido 40 centímetros, ¿Cuánto tiempo más debe permanecer abierta la llave para que el nivel suba a 90 centímetros?

a) 15 minutos

b) 16 minutos

c) 17 minutos

d) 18 minutos

15. La siguiente figura representa un cuadro al que se le harán 3 reducciones. Su lado mide 12 u y si en cada reducción el lado original pierde 3u, ¿cuál será la reducción total de la última con respecto al original?

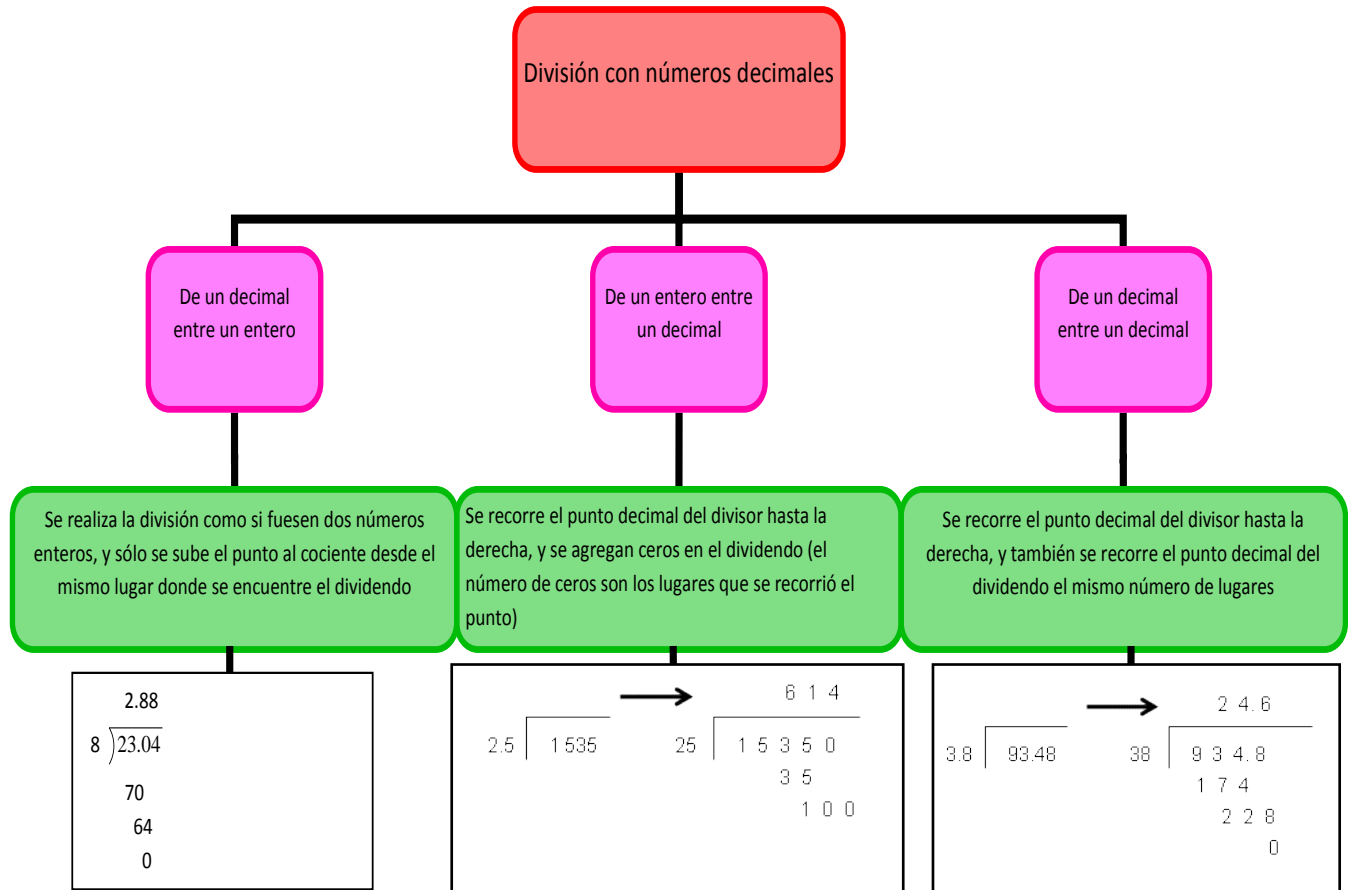
a)  $\frac{1}{2}$

b)  $\frac{3}{4}$

c)  $\frac{1}{4}$

d)  $\frac{6}{3}$



**Bloque 3.****Sentido numérico y pensamiento algebraico.****Significado y uso de las operaciones.****Problemas multiplicativos.****División con decimales.**

1. Resuelve los siguientes ejercicios de divisiones con decimales (el cociente con 2 decimales):

a)  $0.76 \div 8$

b)  $85 \div 1.35$

c)  $87.15 \div 4.5$

d)  $2.55 \div 15$

e)  $78 \div 3.3$

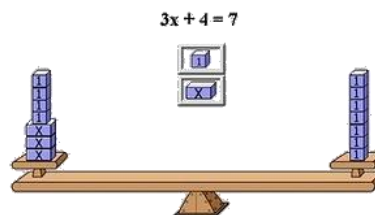
f)  $246.54 \div 8.2$



## Significado y uso de las literales.

### Ecuaciones.

#### Planteamiento y solución de ecuaciones de primer grado.



Una ecuación es una igualdad donde por lo menos hay un número desconocido, llamado incógnita o variable, y que se cumple para determinado valor numérico de dicha incógnita. Se denominan **ecuaciones lineales** o de **primer grado** a las igualdades algebraicas con incógnitas cuyo exponente es 1 (elevadas a uno, que no se escribe).

- Se reducen los términos semejantes, cuando es posible.
- Se hace la transposición de términos, los que contengan la incógnita se ubican en el miembro izquierdo, y los que carezcan de ella en el derecho.
- Se reducen términos semejantes, hasta donde es posible.
- Se despeja la incógnita, dividiendo ambos miembros de la ecuación por el coeficiente de la incógnita (inverso multiplicativo), y se simplifica.

Ejemplo 1: resolver la ecuación

$$x - 6 = 60$$

Segundo miembro

Primer miembro

Para dejar la  $x$  sola en el primer miembro, trasladamos el  $-6$  al segundo miembro con operación opuesta; es decir, si está sumando, se pasa restando y viceversa. Si está multiplicando, se pasa dividiendo y también viceversa ( $de - a +$ ;  $de + a -$  y  $de \times a \div$ ;  $\div a \times$ )

$$x = 60 + 6$$

$$x = 66$$

En álgebra se utilizan los paréntesis para indicar la multiplicación en lugar del signo “ $\times$ ”, para que no se confunda con la incógnita equis “ $x$ ”.

Ejemplo 2: resolver la ecuación  $0.5x = 3.5$

En este caso podemos interpretar que  $x$  es el número de veces que cabe 0.5 veces en el 3.5. Como el 0.5 está multiplicando a la  $x$ , se pasa del otro lado dividiendo, esto es:

$$x = \frac{3.5}{0.5} \quad \text{al hacer la división resulta } x = 7$$

Resuelve los siguientes ejercicios:

1. Comprueba si  $x = 4$  es solución de la ecuación  $x + 3 = 7$

2. Comprueba si  $x = 1$  es solución de la ecuación  $x + 8 = 10$

3. Comprueba si  $x = 3$  es solución de  $4x = 12$

4. Comprueba si  $x = 3$  es solución de  $x - 2 = 1$

5. Comprueba si  $x = 2$  es solución de  $x + 7 = 3$

6. Comprueba si  $x = 8$  es solución de  $5 + x = 14$

7. Comprueba si  $x = 9$  es solución de  $7 + x = 16$

8. Encuentra el valor de la incógnita en las siguientes ecuaciones y comprueba tu resultado:

a)  $2x = 6$

b)  $2x - 3 = 6 + x$

c)  $2(2x - 3) = 6 + x$

d)  $4(x - 10) = -6(2 - x) - 6x$

e)  $\frac{X - 1}{6} - \frac{X - 3}{2} = -1$

f)  $2(x + 1) - 3(x - 2) = x + 6$

g)  $\frac{x - 1}{4} - \frac{x - 5}{36} = \frac{x + 5}{9}$

Lenguaje algebraico.

Por lenguaje algebraico se entiende, todas aquellas formas en que podemos expresar una operación algebraica; esto puede ser, en forma verbal o escrita (verbal, se usan palabras y escrito, se usan los signos).

Para darte una mejor idea de lo anterior, los siguientes ejemplos son las expresiones más usadas en forma verbal o escrita.

Forma verbal	Forma escrita	Forma verbal	Forma escrita
Suma	+	El triple de un número	$3x$
Diferencia	-	El cuádruplo de un número	$4x$
Producto	$() () , \cdot , ab$	El quíntuplo de un número	$5x$
Cociente	$/, \div$	El doble de la suma de dos números	$2(a+b)$
Raíz cuadrada	$\sqrt{\quad}$	El triple de la diferencia de dos números	$3(x-y)$
Potencia	$()^n$ dónde n , es cualquier número	La mitad de un número	$\frac{x}{2}$
Un número cualquiera	x	La tercera parte de un número	$\frac{x}{3}$
La suma de dos números	$a + b$	La cuarta parte de un número	$\frac{x}{4}$
La resta o diferencia de dos números	$x - y$	El cuadrado de un número	$x^2$
El producto o multiplicación de dos números	ab	El cuadrado de la suma de dos números	$(x + 4)^2$
El cociente o división de dos números	$\frac{x}{y}$	El triple del cuadrado de la suma de dos números	$3(x+4)^2$
La raíz cuadrada de un número	$\sqrt{x}$	La suma de 3 números	$a+b+c$
El cociente de la suma de dos números, sobre la diferencia	$\frac{a+b}{a-b}$	La semi suma de dos números.	$\frac{a+b}{2}$
El doble de un número	$2x$	El cubo de la semi diferencia de dos números	$(\frac{x-y}{2})^3$

Plantea las ecuaciones que mejor definan el problema. Resuélvelas y compruébalas. Guíate con el ejemplo.

Ejemplo:

Paco tenía guardados \$ 100. Si en su cumpleaños sus papás le regalaron dinero, al juntarlo con lo que tenía guardado ahora tiene \$ 450. ¿Cuánto dinero le regalaron sus papás?

Respuesta:

Estamos hablando de sumar dos cantidades. Paco tenía guardados \$ 100 y sus papás le regalaron “x” cantidad de dinero. Esto lo vamos a representar con  $x + 100$ .

Si al juntarlo tiene \$ 450, lo ponemos del lado derecho de la igualdad, y la ecuación quedaría:

$$x + 100 = 450$$

Al momento de despejar la “x”, el 100 que está sumando pasa del otro lado restando, esto es:

$$x = 450 - 100$$

Por lo que al hacer la operación de resta resulta  **$x = 350$**

Entonces **sus papás le regalaron \$ 350 en su cumpleaños a Paco.**

Para comprobar, sustituimos el valor de “x” en la ecuación original:

$$350 + 100 = 450 \quad 450 = 450$$

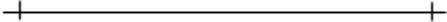
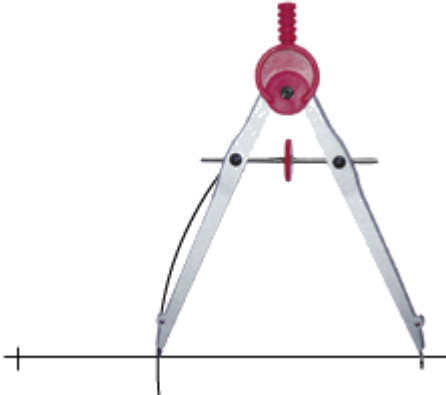
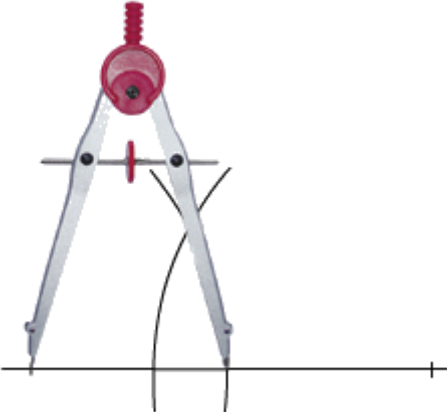
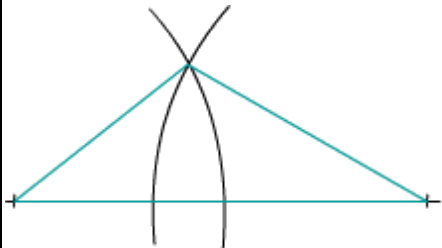
1. El hermano mayor de una familia con tres hermanos tiene 4 años más que el segundo y este 3 más que el menor. Si entre todos tiene la edad del padre que tiene 40 años ¿qué edad tiene cada hermano ?

2. Un número más su doble es igual a su mitad más quince. ¿Cuál es el número?

3. Halla tres números consecutivos cuya suma sea 39

4. La base de un rectángulo mide el doble que su altura, si su perímetro es 30 cm. ¿cuánto miden la base y la altura?

**Forma, espacio y medida.****Figuras geométricas.****Figuras planas.**Construcción de triángulos.**Pasos para construir un triángulo con regla y compás**

<p><b>Paso 1.</b> Se traza un segmento de cualquiera de las medidas dadas, por ejemplo, 6 cm.</p>	<p><b>Paso 2.</b> Se abre el compás a cualquiera de las otras dos medidas y con centro en un extremo del segmento, se traza un arco.</p>
	
<p><b>Paso 3.</b> Se abre el compás a la tercera medida y con centro en el otro extremo del segmento, se traza un arco que cruce al anterior.</p>	<p><b>Paso 4.</b> Se unen los extremos del segmento con el punto donde se cortan los arcos y se obtiene el triángulo pedido.</p>
	

1. Elabora cuatro triángulos en base al procedimiento anterior con las siguientes medidas:

- a) 6, 3 y 4 cm,      b) 4, 4.5 y 3 cm,      c) 3.5, 4.5 y 4.5 cm,      d) 6, 6 y 6 cm

Construcción de cuadriláteros.

Un cuadrilátero es una figura plana formada por cuatro lados que se cortan dos a dos. Según la disposición de los lados y los ángulos que forman, se obtienen distintos tipos de cuadriláteros.

**Tipos de cuadriláteros.**

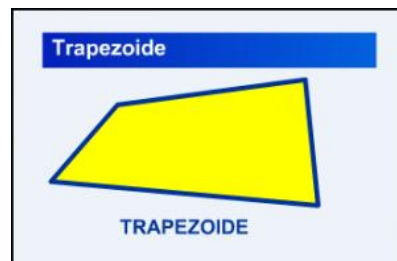
Cuando los lados son paralelos dos a dos, los cuadriláteros se llaman **Paralelogramos**.



Cuando solamente son dos los lados paralelos, el cuadrilátero se llama **Trapezio**.



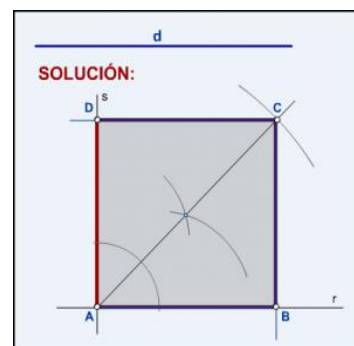
Cuando no existe ningún lado paralelo a otro, el cuadrilátero se llama **Trapezoide**.



**Diagonal:** es la recta que une un vértice con otro no inmediato.

**Ejemplo para construir un cuadrado conociendo su diagonal d.**

- Sobre un punto cualquiera se trazan dos rectas perpendiculares entre sí: recta **r** y recta **s**.
- Se traza la bisectriz del ángulo formado por las dos rectas **r** y **s**.
- Sobre la bisectriz se lleva la diagonal.
- Desde este punto se trazan paralelas a las rectas **r** y **s**.
- Utilizando estos puntos, se construye el cuadrado.

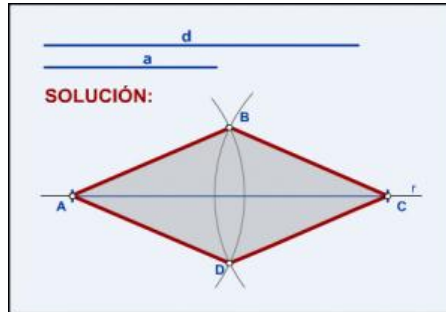


1. Construye los siguientes cuadriláteros en base a la información pedida:

- Cuadrado cuyas diagonales midan 4 cm
- Cuadrado cuyas diagonales midan 5 cm y 6 cm

**Para construir un rombo conocidos una diagonal y su lado.**

- Se coloca la diagonal sobre una recta  $r$  cualquiera. Se obtienen los puntos **A** y **C**.
- Con el lado  $a$  como radio, se trazan dos arcos desde **A** y **C**. Obtenemos los puntos **B** y **D**.
- Se unen los extremos de la diagonal (**A** y **C**) con los puntos hallados (**B** y **D**) y se obtiene el rombo.



2. Dibuja dos rombos cuyas diagonales midan:

- 4 cm y 3 cm
- 5 cm y 7cm

**Medida.****Estimar, medir y calcular.**Solución de problemas de áreas y perímetros de triángulos y cuadriláteros.

Recuerda que el perímetro de una figura es lo que mide su contorno o alrededor de ésta, y para poder calcularlo necesitamos conocer y sumar la medida de todos sus lados. El área es la cantidad de unidades cuadradas que cubren a una superficie, y para calcularla depende de la figura que se trate.

Recordemos las unidades de área:

Un milímetro cuadrado es el área de un cuadrado de 1 mm por lado y se abrevia  $\text{mm}^2$ .

Un centímetro cuadrado es el área de un cuadrado de 1 cm por lado y se abrevia  $\text{cm}^2$ .

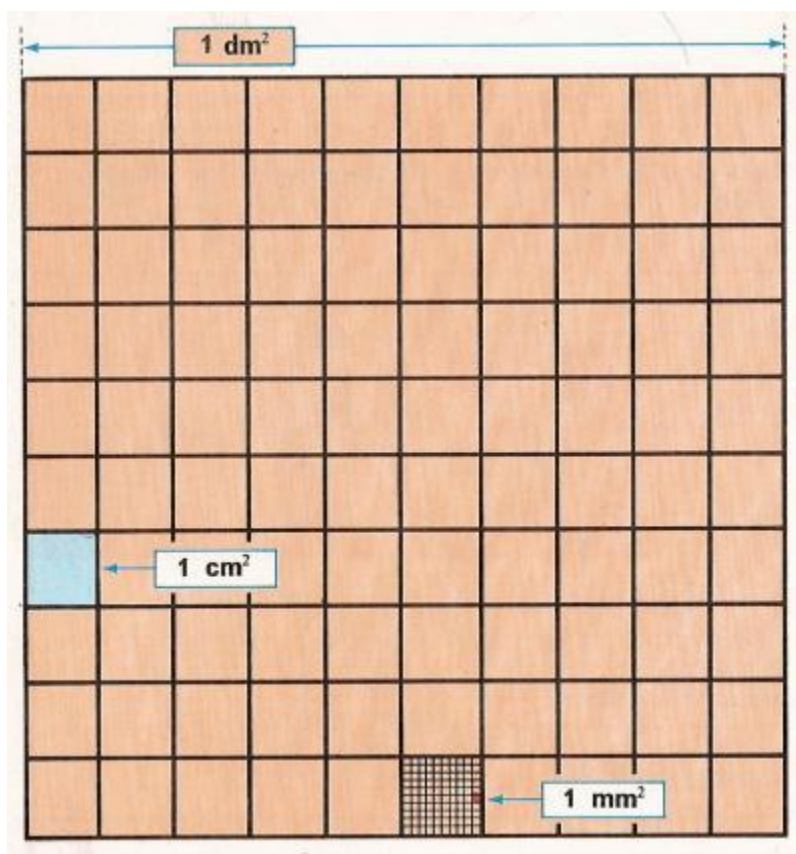
Un decímetro cuadrado es el área de un cuadrado de 1 dm por lado y se abrevia  $\text{dm}^2$ .

Un metro cuadrado es el área de un cuadrado de 1 m por lado y se abrevia  $\text{m}^2$ .

Un decámetro cuadrado es el área de un cuadrado de 10 m por lado y se abrevia  $\text{dam}^2$ .

Un hectómetro cuadrado es el área de un cuadrado de 100 m por lado y se abrevia  $\text{hm}^2$ .

Un kilómetro cuadrado es el área de un cuadrado de 1000 m por lado y se abrevia  $\text{km}^2$ .



Escribe en la línea la unidad de área ( $\text{m}^2$ ,  $\text{dm}^2$  y  $\text{cm}^2$ ) según corresponda el dibujo:



\_\_\_\_\_



\_\_\_\_\_

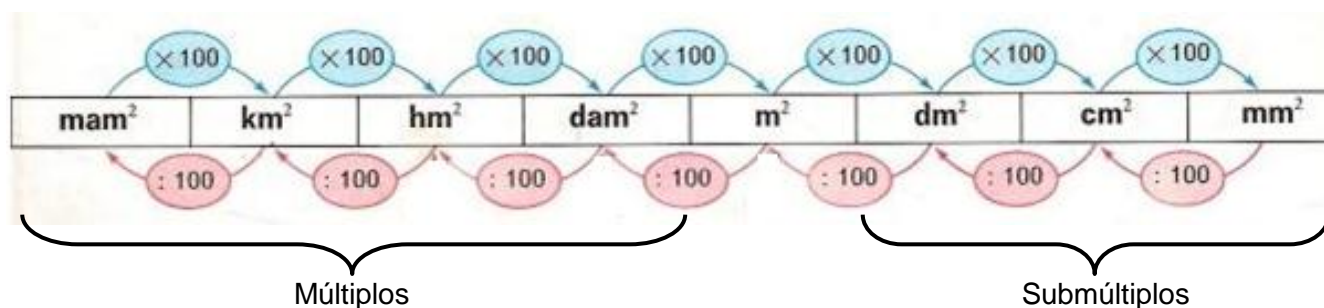


\_\_\_\_\_

Los múltiplos y submúltiplos del metro cuadrado son:

Múltiplos			Metro cuadrado	Submúltiplos		
Kilómetro cuadrado	Hectómetro cuadrado	Decámetro cuadrado		Decímetro cuadrado	Centímetro cuadrado	Milímetro cuadrado
$\text{km}^2$	$\text{hm}^2$	$\text{dam}^2$	$\text{m}^2$	$\text{dm}^2$	$\text{cm}^2$	$\text{mm}^2$
1'000,000 $\text{m}^2$	10,000 $\text{m}^2$	100 $\text{m}^2$	1	0.01 $\text{m}^2$	0.0001 $\text{m}^2$	0.000001 $\text{m}^2$

Las unidades de superficie aumentan y disminuyen de 100 en 100, es decir, cada unidad de superficie es 100 veces mayor que la inmediata inferior y 100 veces menor que la inmediata superior.



Las medidas agrarias o agrícolas se utilizan para medir áreas o superficies de terrenos que se dedican a la agricultura, y entre las más utilizadas son:

Nombre	Símbolo	Equivalencia
hectárea	ha	1 ha = 1 $\text{hm}^2$ = 10 000 $\text{m}^2$
área	a	1 a = 1 $\text{dam}^2$ = 100 $\text{m}^2$
centiárea	ca	1 ca = 1 $\text{m}^2$

Para pasar de un múltiplo a un submúltiplo, se realizan 3 “pasos”:

- 1) La cantidad se multiplica por 100 por cada lugar recorrido
- 2) Se recorre el punto decimal 2 lugares a la derecha por cada lugar recorrido
- 3) Se agregan dos ceros por cada lugar recorrido

Por ejemplo, convertir 7 dam<sup>2</sup> a m<sup>2</sup> por los 3 “pasos”:

- 1) El 7 se multiplica por 100 =  $7 \times 100 = 700 \text{ m}^2$
- 2) Se recorre el punto decimal a la derecha 2 lugares (de dam<sup>2</sup> a m<sup>2</sup> solo hay una posición)  
 $7 \text{ dam}^2 = 700 \text{ m}^2$

- 3) Se agregan dos ceros porque se recorrió un lugar de dam<sup>2</sup> a m<sup>2</sup>, 7 más dos ceros =  $700 \text{ m}^2$

Convertir 73.25 hm<sup>2</sup> a m<sup>2</sup>

De hectómetros a metros a 2 posiciones.

- 1)  $73.25 \times 100 \times 100 = 732\,500 \text{ m}^2$
- 2) Se recorre el punto decimal a la derecha 4 lugares 73.25 como sólo hay 2 lugares después del punto se agregan 2 ceros  $732\,500 \text{ m}^2$

Para pasar de un submúltiplo a un múltiplo, se pueden hacer 2 “pasos”:

- 1) La cantidad se divide entre 100 por cada lugar recorrido
- 2) Se recorre el punto decimal 2 lugares a la derecha por cada lugar recorrido

Por ejemplo, convertir 3 m<sup>2</sup> a dm<sup>2</sup> por los 2 “pasos”:

- 1) Se divide 3 entre 100 porque de m<sup>2</sup> a dm<sup>2</sup> sólo hay un lugar  $100 \overline{) 3}$   

$\begin{array}{r} 0.03 \\ 100 \overline{) 3} \\ \underline{30} \\ 300 \\ \underline{300} \\ 0 \end{array}$

- 2) Se recorre el punto decimal 2 lugares a la izquierda:

$$3 \cdot \Rightarrow 0.03 \text{ dm}^2$$

Lee los siguientes problemas y contesta lo que se te pide.

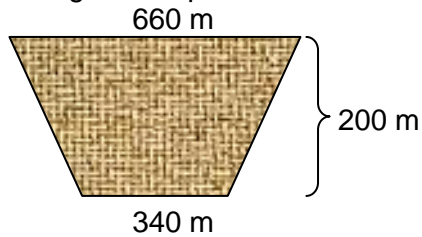
1. La compañía agrícola “El maizal” es dueña de 50 hm<sup>2</sup>, y tres cuartas partes del terreno la destinará para sembrar maíz. ¿Cuántos metros cuadrados destinará para el maíz?



2. Don Juan el tapicero compró 2 m<sup>2</sup> de tela para forrar una silla de 157 dm<sup>2</sup>. ¿Qué cantidad de tela sobró en dm<sup>2</sup>?



3. Don Miguel compró un terreno con las siguientes medidas:



- ¿Cuál será el área del terreno en metros cuadrados?
- ¿Cuál será el área del terreno en decámetros cuadrados?
- ¿Cuántas hectáreas son del terreno?
- Si el  $m^2$  de terreno vale \$ 500, ¿cuánto vale todo el terreno?

---



---



---



---

4. Una ciudad tiene  $14725 \text{ km}^2$ . ¿Cuántas áreas son?

5. Un campo de  $12350 \text{ m}^2$  se divide en cuatro partes iguales. ¿Cuántos  $\text{dam}^2$  mide cada parte?

6. El suelo de una habitación mide  $15.6 \text{ m}^2$  y contiene 55 losetas. ¿Cuántos  $\text{cm}^2$  mide cada loseta?

7. La superficie de la Tierra es de  $5\,101\,000 \text{ km}^2$  y  $\frac{3}{4}$  están ocupados por los océanos. ¿Cuántos  $\text{km}^2$  ocupan los continentes?

**Manejo de la información.****Análisis de la información.****Relaciones de proporcionalidad.**Resolver problemas del tipo valor faltante.

Si dos conjuntos de cantidades varían de forma directamente proporcional, se relacionan mediante el factor constante de proporcionalidad.

Si se multiplica una cantidad de un conjunto por la constante de proporcionalidad, se obtiene la cantidad correspondiente del otro conjunto.

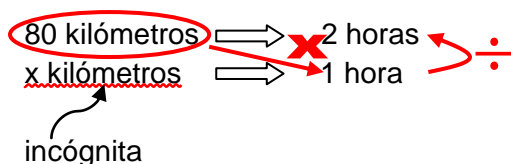
Por ejemplo:

Si un coche recorre 80 km en 2 horas, ¿cuántos kilómetros recorrerá en 5 horas viajando a la misma velocidad?

Para resolver este problema, debemos encontrar la constante de proporcionalidad o valor unitario, es decir cuántos kilómetros se recorrerán en una hora. Para esto vamos a utilizar la famosa “regla de tres”, para lo cual es importante colocar adecuadamente las unidades:

80 kilómetros  $\Rightarrow$  2 horas  
 x kilómetros  $\Rightarrow$  1 hora

Para resolver la regla de tres, siempre tenemos que ubicar qué es lo que nos falta (x kilómetros), y para empezar a calcularla nos ubicamos en lo que está arriba de la incógnita y esto se multiplica cruzado y se divide por el otro factor:



Esto es, se multiplica  $80 \times 1$  y se divide entre 2.  $80 \times 1 = 80 \div 2 = 40$

Por lo que en una hora recorre 40 kilómetros.

Otra forma de representar la regla de tres es con razones:  $\frac{80 \text{ km}}{2 \text{ horas}} = \frac{x \text{ km}}{1 \text{ hora}}$

Y aplicamos la regla de los productos cruzados  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$   $a \times d = b \times c$

si queremos conocer “c”, la b que está multiplicando ahora pasa dividiendo

$$c = \frac{a \times d}{b}, \text{ esto es, } x \text{ km} = \frac{80 \text{ km} \times 1 \text{ hora}}{2 \text{ horas}} = \frac{80}{2} = \underline{\underline{40 \text{ km en 1 hora (factor unitario)}}}$$

Como ya sabemos que recorre 40 km en 1 hora, para saber cuántos recorre en 5 horas multiplicamos los 40 km por 5 horas:  $40 \times 5 = \underline{\underline{200 \text{ km en 5 horas.}}}$

Si ahora quisiéramos saber cuántos kilómetros recorre en 3, 6 u 8 horas, multiplicamos el factor unitarios por cada una de estas cantidades:

3 horas x 40 kilómetros = 120 km en 3 horas

6 horas x 40 kilómetros = 240 km en 6 horas

8 horas x 40 kilómetros = 320 km en 8 horas

Y podemos completar una tabla como la siguiente multiplicando o dividiendo el tiempo por el factor unitario (40):

Kilómetros recorridos	Tiempo (horas)		Kilómetros recorridos	Tiempo (horas)
40	1		40	1
80	2		80	2
120	3		120	3
	4		$40 \times 4 = 160$	4
200			200	$200 \div 40 = 5$
240	6		240	6
	7		$40 \times 7 = 280$	7
320	8		320	8
360			360	$360 \div 40 = 9$
400			400	$400 \div 40 = 10$

Resuelve los siguientes ejercicios:

1. Para preparar 3 pays de manzana, se necesitan 12 manzanas.

a) ¿Cuántas manzanas se necesitan para preparar 7 pasteles? \_\_\_\_\_

b) Plantea la regla de tres

c) ¿Cuántas manzanas se necesitan para preparar 1 pastel? \_\_\_\_\_

d) Completa la siguiente tabla:

# de pays	# de manzanas
1	
2	
3	12
	16
5	
7	
	40

2. Si en un examen con 10 aciertos se obtiene un 5 de calificación, ¿cuánto vale cada acierto?

a) Plantea la regla de tres

\_\_\_\_\_

b) ¿Cuántos aciertos necesita para sacar el 10 de calificación?

\_\_\_\_\_

c) Completa la siguiente tabla:

# de aciertos	Calificación	# de aciertos	Calificación
1		11	
2			6.0
	1.5		6.5
4		14	
5			7.5
	3.0	16	
7		17	
	4.0		9.0
	4.5	19	
10	5		10

3. Si Jazmín ahorra \$ 350 de sus domingos en 7 semanas, ¿cuánto le dan de domingo? \_\_\_\_\_

a) Plantea la regla de 3

b) Completa la siguiente tabla:

# de semanas	Domingo (\$)
1	
	150
5	
7	350
10	
	1250
1 año (52 semanas)	

**Porcentajes.**

Resolver problemas de cálculo de porcentajes utilizando fracciones y decimales.

El término porcentaje se deriva del latín *per centum* que significa “por ciento”, representa fracciones cuyo denominador es cien. Generalmente se indica con el símbolo %. El porcentaje, conocido como tanto por ciento; se expresa también en forma de fracción común o decimal.

Por ejemplo, 15 por ciento es:  $\frac{15}{100} = 0.15 = 15\%$

El porcentaje está relacionado con la variación proporcional, ya que si una cantidad aumenta o disminuye en determinada proporción, también el porcentaje aumenta o disminuye en la misma proporción.

1. Encuentra el porcentaje que representan:

a) 20 niños de un grupo de 50 alumnos:

b) 30 pesos de una cartera que tiene 90 pesos:

c) 3.5 litros de una cubeta 7 litros:

d) 13 kilogramos de un costal 100 kilogramos:

e) 350 habitantes de una comunidad 1000 habitantes:

---



---



---



---



---

**Relaciona las 4 columnas uniéndolas con una línea de color diferente para cada porcentaje. Sigue el ejemplo.**

$\frac{20}{100}$	<b>10 %</b>	<b>0.75</b>	$\frac{3}{4}$
$\frac{50}{100}$	<b>15 %</b>	<b>0.25</b>	$\frac{1}{5}$
$\frac{10}{100}$	<b>20 %</b>	<b>0.50</b>	$\frac{1}{4}$
$\frac{75}{100}$	<b>25 %</b>	<b>0.15</b>	$\frac{1}{2}$
$\frac{15}{100}$	<b>50 %</b>	<b>0.10</b>	$\frac{1}{10}$
$\frac{25}{100}$	<b>75 %</b>	<b>0.20</b>	$\frac{3}{20}$

### Procedimientos para calcular el precio con descuento de un artículo:

Por ejemplo, si un artículo cuesta \$ 80, y se va a hacer un descuento de 15%, ¿cuánto cuesta el artículo si se aplica el descuento?

Se divide el porcentaje entre 100.

$$\begin{array}{r} 0.15 \\ 100 \overline{) 15} \\ \underline{150} \\ 500 \\ \underline{500} \\ 0 \end{array}$$

1

Se multiplica el precio del artículo por el resultado anterior.

$$\begin{array}{r} 80 \\ \times 0.15 \\ \hline 400 \\ \underline{80} \\ 12.00 \end{array}$$

2

Se resta el precio original menos el resultado del producto anterior.

$$\begin{array}{r} 80 \\ - 12 \\ \hline 68 \\ \$ 80 \text{ menos } 15\% = \$ 68 \end{array}$$

3

Otro procedimiento para calcular el precio con descuento de un artículo es el siguiente:

Le quitamos al 100% del valor total que teníamos un 15%.

$$\begin{array}{r} 100 \\ - 15 \\ \hline 85 \end{array}$$

1

Se divide el porcentaje restante entre 100.

$$\begin{array}{r} 0.85 \\ 100 \overline{) 85} \\ \underline{850} \\ 500 \\ \underline{500} \\ 0 \end{array}$$

2

Se multiplica el precio original por el resultado anterior.

$$\begin{array}{r} 80 \\ \times 0.85 \\ \hline 400 \\ \underline{640} \\ 68.00 \\ \$ 80 \text{ menos } 15\% = \$ 68 \end{array}$$

3

### Procedimientos para calcular el precio con aumento de un artículo:

Por ejemplo, un artículo cuesta \$ 60 de contado, y si es a crédito aumenta un 25%. ¿Cuánto cuesta el artículo con el aumento?

Se divide el porcentaje entre 100.

$$\begin{array}{r} 0.25 \\ 100 \overline{) 25} \\ \underline{250} \\ 500 \\ \underline{500} \\ 0 \end{array}$$

1

Se multiplica el precio del artículo por el resultado anterior.

$$\begin{array}{r} 60 \\ \times 0.25 \\ \hline 300 \\ \underline{120} \\ 15.00 \end{array}$$

2

Se suma el precio original más el resultado del producto anterior.

$$\begin{array}{r} 60 \\ + 15 \\ \hline 75 \\ \$ 60 \text{ más } 25\% = \$ 75 \end{array}$$

3

Otro procedimiento para calcular el precio con aumento de un artículo es el siguiente:

Le sumamos al 100% del valor total que teníamos un 15%.

$$\begin{array}{r} 100 \\ + 15 \\ \hline 125 \end{array}$$

1

Se divide el porcentaje restante entre 100.

$$\begin{array}{r} 1.25 \\ 100 \overline{) 125} \\ \underline{100} \phantom{00} \\ 250 \\ \underline{200} \phantom{00} \\ 500 \\ \underline{500} \phantom{00} \\ 0 \end{array}$$

2

Se multiplica el precio original por el resultado anterior.

$$\begin{array}{r} 60 \\ \times 1.25 \\ \hline 300 \\ 120 \\ 60 \\ \hline 75.00 \end{array}$$

\$ 60 más 25% = \$ 75

3

Lee los siguientes problemas y contesta lo que se te pide.

2. Por cada \$ 100 de la venta de tenis, a Dulce le dan una comisión de \$ 15. Completa la siguiente tabla para que le ayudes a Dulce a calcular cuánto ganaría por la venta de los tenis.

Venta en \$	Comisión \$
100	15
200	30
300	
400	
500	
600	
1000	
1500	



3. En el Museo de Ciencias Explora de León, por cada grupo de 100 niños dejan entrar a 5 gratis. Ayúdale a la maestra Elvira a completar la siguiente tabla.

Número de alumnos	Alumnos gratis
100	5
200	10
	20
500	
	50
1500	
	100
5000	



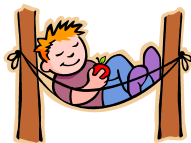
4. Juanito, quien vende periódicos, gana el 20% de comisión por cada suscripción que vende. Si en un mes vendió suscripciones por valor de \$780, ¿Cuánto ganó?



5. María compra una bicicleta que vale \$350.00, por la cual deja el 15% de apartado. ¿Con cuánto dinero apartó María su bicicleta?



6. Mario ocupa 6 horas para dormir el lunes. ¿Qué porcentaje del día duerme? \_\_\_\_\_. El martes durmió 20% más, ¿Cuánto durmió el martes?\_\_\_\_\_.



7. El número de suscriptores de la revista de la comunidad pasó de 500 a 1500. ¿Qué porcentaje representa 1500 respecto de 500?



8. Gabriela estudia un posgrado en la Universidad de su estado. Ella pagó el lunes \$ 35.00 por su comida en la cafetería de su facultad. El martes gastó 10% más, pues tomó dos porciones de fruta, y el miércoles no comió su sopa, por eso dio 20% menos que el martes. ¿Cuánto le costó la comida el día miércoles?\_\_\_\_\_



## Nociones de Probabilidad.

### Cálculo de probabilidades en experiencias aleatorias.

**Probabilidad** es cuando realizamos un experimento o fenómeno aleatorio (al azar) en el que se presentan varios resultados posibles y no se puede asegurar cuál de ellos se obtendrá.

Existen dos tipos de probabilidades: frecuencial y relativa.

La **probabilidad frecuencial** es una medida obtenida de la experiencia de algún fenómeno o experimento aleatorio que permite estimar a futuro un comportamiento.

Se obtiene dividiendo el número de veces en que ocurre el evento entre el número total de veces que se realizó el experimento.

La **Probabilidad Frecuencial** se le llama al número de veces que ocurre el evento y el número de veces que se realizó el experimento.

$$P(A) = \frac{\text{Número de veces que ocurre el evento}}{\text{Número total de veces que se realiza el experimento}}$$

La probabilidad relativa es el valor de calcular la probabilidad frecuencial y es un número que está entre 0 y 1; se puede expresarse en forma de fracción, número decimal y porcentaje.

Por ejemplo, al lanzar una moneda, para calcular la probabilidad de que caiga águila se haría de la siguiente manera:

Como hay dos eventos posibles (águila o sello), la probabilidad de que caiga águila es:

$$P(\text{Águila}) = \frac{\text{Número de veces que ocurre el evento}}{\text{Número total de veces que se realiza el experimento}} = \frac{1}{2}$$

Por lo que representada en **fracción** sería  $\frac{1}{2}$ , en **decimal** se realiza la división  $1 \div 2$  resultando **0.5**, y en **porcentaje** se multiplica este resultado por 100,  $0.5 \times 100 = \mathbf{50\%}$ .

**Experimento** es el conjunto de sucesos o eventos que se hacen de manera reiterada o repetida.

**Evento** es uno de los posibles resultados de realizar un experimento.

Por ejemplo:

Experimento	Eventos
Lanzar una moneda	Águila o sello
Lanzar un dado	1, 2, 3, 4, 5, 6
Presentar un examen	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10
Un partido de fútbol	Ganar, perder o empatar
Sexo de un bebé al nacer	Masculino o femenino

Al conjunto de todos los resultados posibles o eventos de un experimento se le llama **espacio muestral**.

1.

**Determina el espacio muestral de los siguientes experimentos.**

- a) Lanzar una moneda al aire \_\_\_\_\_  
 b) El color de luz que tendrá un semáforo \_\_\_\_\_  
 c) Sacar de una urna un dígito \_\_\_\_\_  
 d) El estado físico de una persona cuando tiene un accidente \_\_\_\_\_

2.

**Lee los enunciados y contesta lo que se te pide.**

El maestro de matemáticas metió **8 pelotas amarillas** del mismo tamaño, **9 rojas**, **10 azules**, **12 verdes** y **11 naranjas** dentro de una bolsa verde. Si sacas una pelota al azar:



- a) ¿Es un evento probable, seguro o imposible de sacar una pelota de color azul? \_\_\_\_\_  
 b) ¿Por qué? \_\_\_\_\_  
 c) ¿Es un evento probable, seguro o imposible sacar una pelota de color? \_\_\_\_\_  
 d) ¿Por qué? \_\_\_\_\_  
 e) Calcula la probabilidad de sacar una pelota de cada color, expresada en fracción decimal o porcentaje. Guíate con el ejemplo:

**Una pelota amarilla**

$$P(\text{amarilla}) = \frac{8}{50} = 0.16 = 16\%$$

**Una pelota roja**

$$P(\text{roja}) =$$

**Una pelota azul**

$$P(\text{azul}) =$$

**Una pelota verde**

$$P(\text{verde}) =$$

**Una pelota naranja**

$$P(\text{naranja}) =$$

- f) ¿De qué color son las pelotas que tiene mayor probabilidad de ser sacadas? \_\_\_\_\_  
 g) ¿Cuáles tiene menos probabilidad? \_\_\_\_\_



3. En un baúl con juguetes hay 10 carros, 4 camionetas, 1 lancha, 20 soldaditos y 3 muñecos articulados. Si introduces la mano en el baúl para sacar un juguete, calcula la probabilidad de sacar:

**Un carrito**

$$P(\text{carrito}) =$$

**Una camioneta**

$$P(\text{camioneta}) =$$

**Una lancha**

$$P(\text{lancha}) =$$

**Un soldadito**

$$P(\text{verde}) =$$

**Un muñeco articulado**

$$P(\text{muñeco}) =$$

**Un juguete con ruedas**

$$P(\text{juguete c/ruedas}) =$$

4. En una fábrica, el inspector de calidad encontró 15 piezas dañadas de una muestra de 2000. ¿Cuál crees que sea la probabilidad de hallar una pieza no dañada?

5. En la baraja inglesa, se cuenta con 4 figuras principales:



Corazón trébol diamante picas

Cada una tiene 13 cartas, presentadas a continuación:

Un As



Cartas del 2 al 10



3 figuras humanas



- a) ¿Cuál de las 4 figuras principales crees que tiene mayor probabilidad de ser sacado de la baraja?
- b) ¿Qué tendrá mayor probabilidad de ser extraída de una baraja, un As o una figura humana?
- c) ¿Por qué?
- d) ¿Qué tendrá mayor probabilidad de ser extraída de una baraja, una carta del 2 al 10 o una figura humana?
- e) ¿Por qué?
- f) Calcula la probabilidad de que al extraer una carta al azar ésta sea:

<p><b>Un as</b></p> <p><b>P(as) =</b></p>	<p><b>Una figura humana</b></p> <p><b>P (figura humana) =</b></p>	<p><b>Una reina</b></p> <p><b>P (reina) =</b></p>
<p><b>Un cuatro rojo</b></p> <p><b>P (cuatro rojo) =</b></p>	<p><b>Un trébol</b></p> <p><b>P (trébol)=</b></p>	

## Representación de la información.

### Diagramas y tablas.

#### Tablas de distribución de frecuencia absoluta y relativa.

Una tabla de frecuencias es una forma de resumir datos. En ella se presentan en orden creciente los valores observados, así como sus respectivas frecuencias. El organizar los datos en una tabla de frecuencias permite contar con una visión global e inmediata del comportamiento de la situación que se analiza.

Una tabla de distribución de frecuencia tiene los siguientes datos:

#	Rango	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa			Grados
			Fracción	Decimal	Porcentaje	

En donde se establece un número de rangos con la raíz cuadrada del número de datos que se tienen, y después se establece un rango adecuado a los datos (todos los datos deben estar en un rango). Cabe recordar que hay que ordenar los datos en forma creciente (de menor a mayor).

La frecuencia absoluta es el número de veces que los datos “caben” en un rango. La suma total de las frecuencias absolutas es igual al número de datos.

La frecuencia relativa se obtiene calculando primero la fracción, que sería dividir la frecuencia absoluta de cada rango entre el total de datos. Para obtener el decimal, se realiza la división de la fracción, y para calcular el porcentaje se multiplica el decimal por 100. La suma de fracciones debe ser igual al denominador, la suma de decimales debe ser igual o cercana a 1.00 y la suma de porcentajes debe ser igual o cercana a 100%.

Por ejemplo:

La edad y el sexo de un grupo de personas que se encuentran en una reunión son las siguientes:

38 (M), 8 (M), 68 (H), 17 (H), 11 (M), 33 (H), 15 (M), 45 (H), 10 (H), 57 (H), 27 (M), 23 (M), 20 (H), 45 (H), 20 (M), 25 (M), 40 (H), 8 (M), 23 (H), 49 (M), 33 (H), 27 (H), 48 (H), 10 (H), 28 (M), 31 (M), 36 (M), 5 (H), 39 (H), 45 (M), 45 (H), 23 (H), 45 (M), 8 (H), 48 (M), 20 (M), 33 (M), 22 (H), 55 (M), 33 (H), 45 (H), 40 (H), 52 (M), 15 (M), 5 (H), 65 (M), 3 (M), 15 (H), 15 (M), 8 (M).

Tenemos en total 50 personas, 25 hombres y 25 mujeres. Vamos a separar los hombres de las mujeres para hacer una mejor precisión.

Los datos de los hombres son:

68, 17, 33, 45, 10, 57, 20, 45, 40, 23, 33, 27, 48, 10, 5, 39, 45, 23, 8, 22, 33, 45, 40, 5, 15.

Y ordenados crecientemente son:

5, 5, 8, 10, 10, 15, 17, 20, 22, 23, 23, 27, 33, 33, 33, 39, 40, 40, 45, 45, 45, 45, 48, 57, 68.

El número de rangos o intervalos que tendremos es  $\sqrt{50}$ , que es aproximadamente 7 ( $7 \times 7 = 49$ ), por lo que tendremos 7 rangos.

La tabla de distribución para los datos de los hombres quedaría de la siguiente manera:

#	Rango	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa			Grados
			Fracción	Decimal	Porcentaje	
1	0 – 9	3	$\frac{3}{25}$	$\begin{array}{r} 0.12 \\ 25 \overline{) 30} \\ \underline{050} \\ 00 \end{array}$	$0.12 \times 100 =$ <b>12 %</b>	$360^\circ - 100\%$ $x - 12\%$ $x = 360 \times 12 \div 100$ <b><math>x = 43.20^\circ</math></b>
2	10 – 19	4	$\frac{4}{25}$	$4 \div 25 =$ <b>0.16</b>	$0.16 \times 100 =$ <b>16 %</b>	$x = 360 \times 16 \div 100$ <b><math>x = 57.60^\circ</math></b>
3	20 – 29	5	$\frac{5}{25}$	$5 \div 25 =$ <b>0.2</b>	$0.2 \times 100 =$ <b>20 %</b>	$x = 360 \times 20 \div 100$ <b><math>x = 72.00^\circ</math></b>
4	30 – 39	4	$\frac{4}{25}$	$4 \div 25 =$ <b>0.16</b>	$0.12 \times 100 =$ <b>16 %</b>	$x = 360 \times 16 \div 100$ <b><math>x = 57.60^\circ</math></b>
5	40 – 49	7	$\frac{7}{25}$	$7 \div 25 =$ <b>0.28</b>	$0.28 \times 100 =$ <b>28 %</b>	$x = 360 \times 28 \div 100$ <b><math>x = 100.80^\circ</math></b>
6	50 – 59	1	$\frac{1}{25}$	$1 \div 25 =$ <b>0.04</b>	$0.04 \times 100 =$ <b>4 %</b>	$x = 360 \times 4 \div 100$ <b><math>x = 14.40^\circ</math></b>
7	60 - 69	1	$\frac{1}{25}$	$1 \div 25 =$ <b>0.04</b>	$0.04 \times 100 =$ <b>4 %</b>	$x = 360 \times 4 \div 100$ <b><math>x = 14.40^\circ</math></b>
	Total	25	$\frac{25}{25}$	1.00	100 %	$360^\circ$

1. Construye la tabla de distribución de frecuencias para las mujeres, ordenando primero los datos.  
Datos ordenados:

#	Rango	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa			Grados
			Fracción	Grados	Porcentaje	
1	0 – 9					
2	10 – 19					
3	20 – 29					
4	30 – 39					
5	40 – 49					
6	50 – 59					
7	60 - 69					
	Total					

2. Se hizo una encuesta a 20 personas para ver cuánto gastaban cuando iban al cine. Los resultados son los siguientes:

110, 60, 80, 120, 115, 85, 50, 100, 89, 60, 70, 110, 65, 90, 105, 75, 70, 55, 95, 120

Realiza la tabla de distribución de frecuencias, ordenando primero los datos.

Datos ordenados:

#	Rango	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa			Grados
			Fracción	Decimal	Porcentaje	
1	50 – 69					
2	70 – 89					
3	90 – 109					
4	110 – 129					
	Total					

3. La maestra de 1º A quiere ver cómo les fue de promedio final a sus 40 alumnos del año pasado. Las calificaciones fueron las siguientes:

7.4, 6.3, 8.2, 9.5, 8.3, 7.8, 6.3, 7.0, 7.5, 8.2, 6.7, 9.0, 8.0, 6.5, 7.4, 9.2, 8.2, 6.8, 8.3, 9.1, 7.4, 8.5, 6.9, 9.0, 7.7, 7.5, 8.1, 9.4, 7.8, 7.0, 8.3, 9.2, 8.2, 6.4, 7.2, 8.0, 6.8, 9.1, 7.4, 6.8

Realiza la tabla de distribución de frecuencias, ordenando primero los datos.

Datos ordenados:

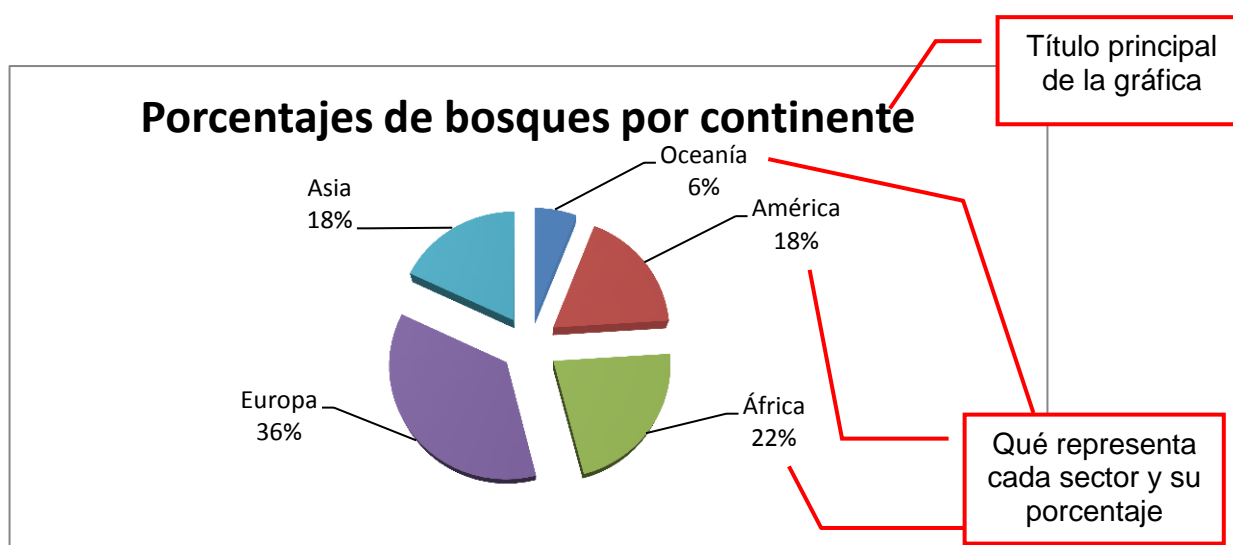
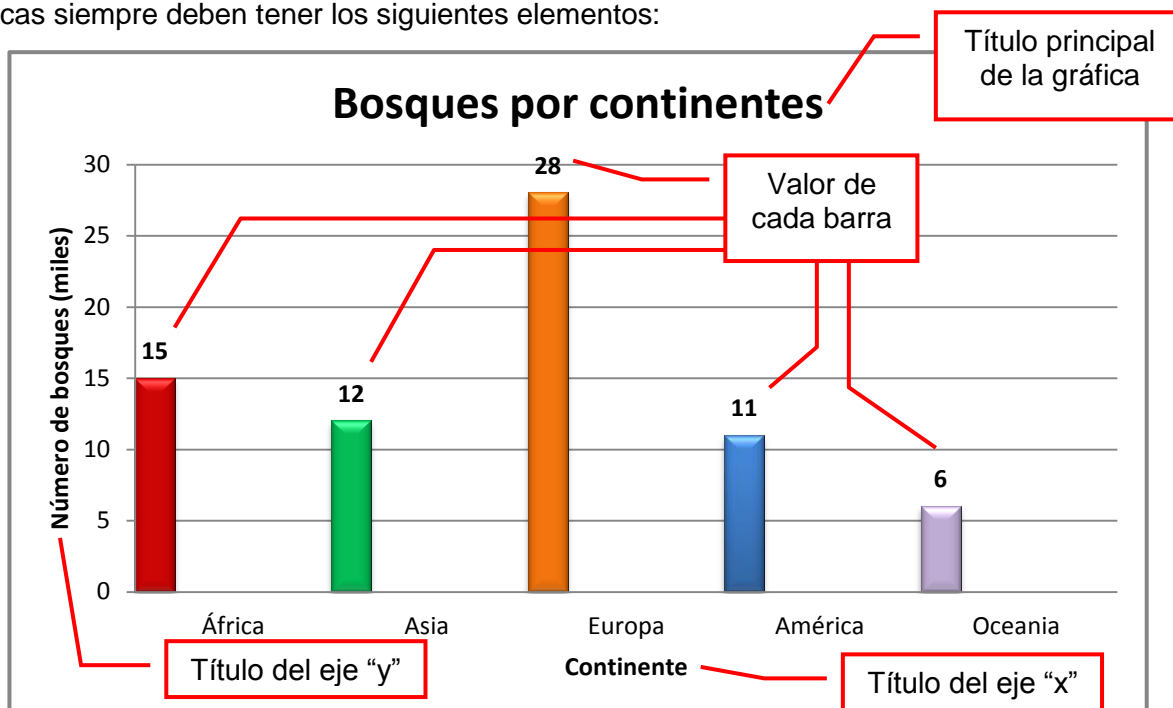
#	Rango	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa			Grados
			Fracción	Decimal	Porcentaje	
1	6.0 – 6.9					
2	7.0 – 7.9					
3	8.0 – 8.9					
4	9.0 – 9.9					
	Total					

## Graficas.

### Interpretar información en gráficas de barras y circulares.

Las gráficas de barras y las gráficas circulares nos permiten comparar la forma en que se distribuyen los atributos o características en una cierta población o muestra, ya sea que los datos se expresen mediante frecuencias absolutas o relativas.

Las gráficas siempre deben tener los siguientes elementos:

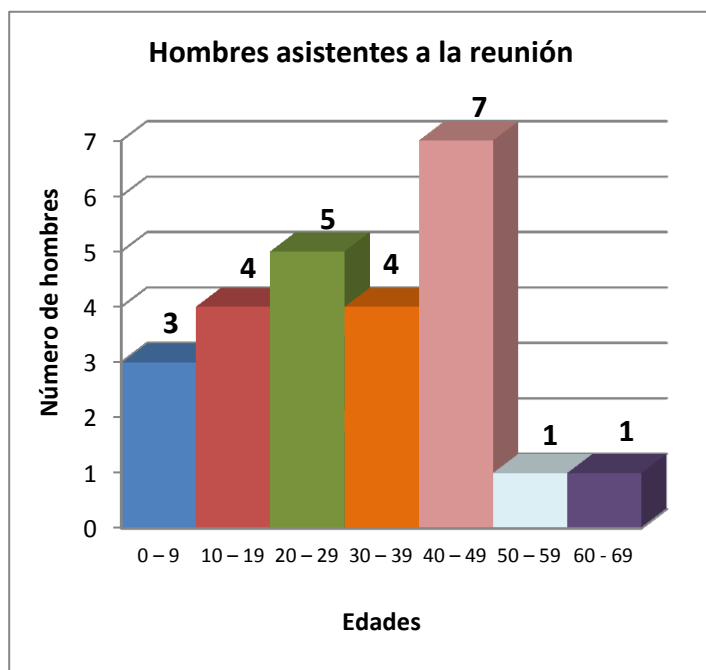


La gráfica de barras o poligonal se representa mediante barras o líneas (polígono) y nos permite visualizar la frecuencia absoluta de cada rango o intervalo.

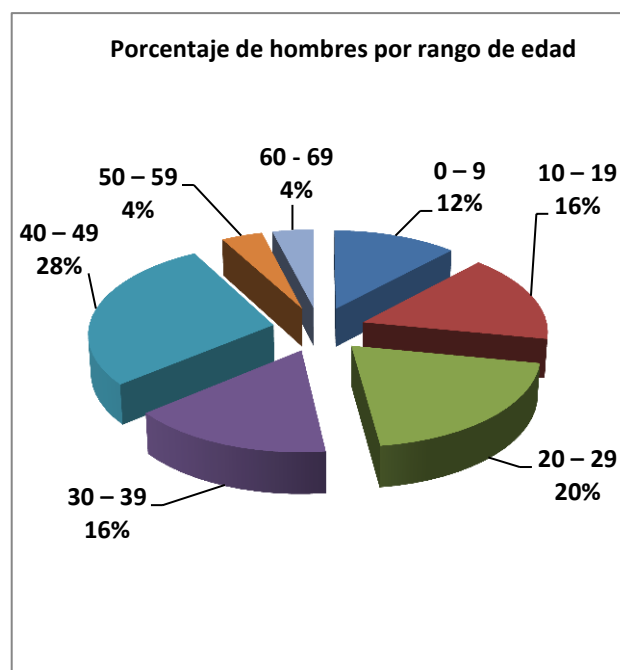
Recordando el ejemplo de la reunión del grupo de personas del capítulo anterior, teníamos los siguientes datos:

#	Rango	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa			Grados
			Fracción	Decimal	Porcentaje	
1	0 – 9	3	$\frac{3}{25}$	$\begin{array}{r} 0.12 \\ 25 \overline{) 30} \\ \underline{050} \\ 00 \end{array}$	$0.12 \times 100 =$ <b>12 %</b>	$360^\circ - 100\%$ $x - 12\%$ $x = 360 \times 12 \div 100$ <b><math>x = 43.20^\circ</math></b>
2	10 – 19	4	$\frac{4}{25}$	$4 \div 25 =$ <b>0.16</b>	$0.16 \times 100 =$ <b>16 %</b>	$x = 360 \times 16 \div 100$ <b><math>x = 57.60^\circ</math></b>
3	20 – 29	5	$\frac{5}{25}$	$5 \div 25 =$ <b>0.2</b>	$0.2 \times 100 =$ <b>20 %</b>	$x = 360 \times 20 \div 100$ <b><math>x = 72.00^\circ</math></b>
4	30 – 39	4	$\frac{4}{25}$	$4 \div 25 =$ <b>0.16</b>	$0.12 \times 100 =$ <b>16 %</b>	$x = 360 \times 16 \div 100$ <b><math>x = 57.60^\circ</math></b>
5	40 – 49	7	$\frac{7}{25}$	$7 \div 25 =$ <b>0.28</b>	$0.28 \times 100 =$ <b>28 %</b>	$x = 360 \times 28 \div 100$ <b><math>x = 100.80^\circ</math></b>
6	50 – 59	1	$\frac{1}{25}$	$1 \div 25 =$ <b>0.04</b>	$0.04 \times 100 =$ <b>4 %</b>	$x = 360 \times 4 \div 100$ <b><math>x = 14.40^\circ</math></b>
7	60 - 69	1	$\frac{1}{25}$	$1 \div 25 =$ <b>0.04</b>	$0.04 \times 100 =$ <b>4 %</b>	$x = 360 \times 4 \div 100$ <b><math>x = 14.40^\circ</math></b>
	Total	25	$\frac{25}{25}$	1.00	100 %	360°

La **gráfica de barras** correspondiente sería:



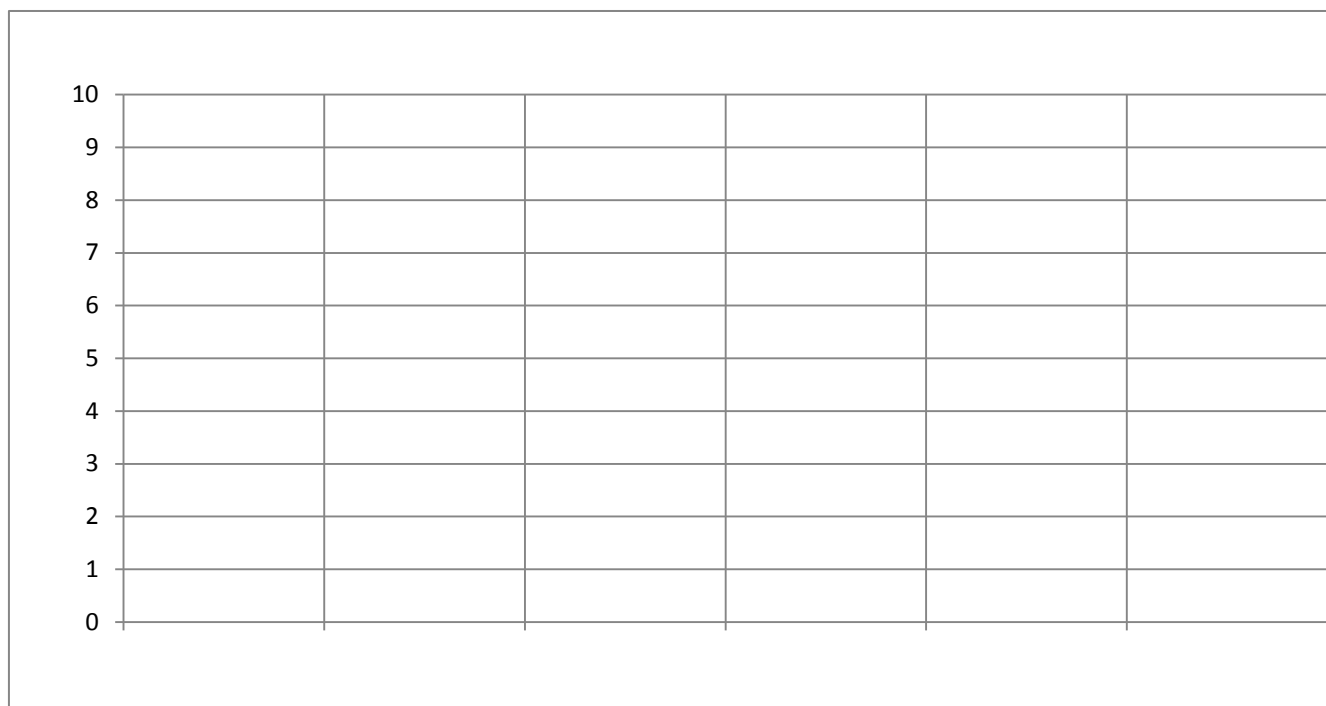
La **gráfica circular** correspondiente sería:



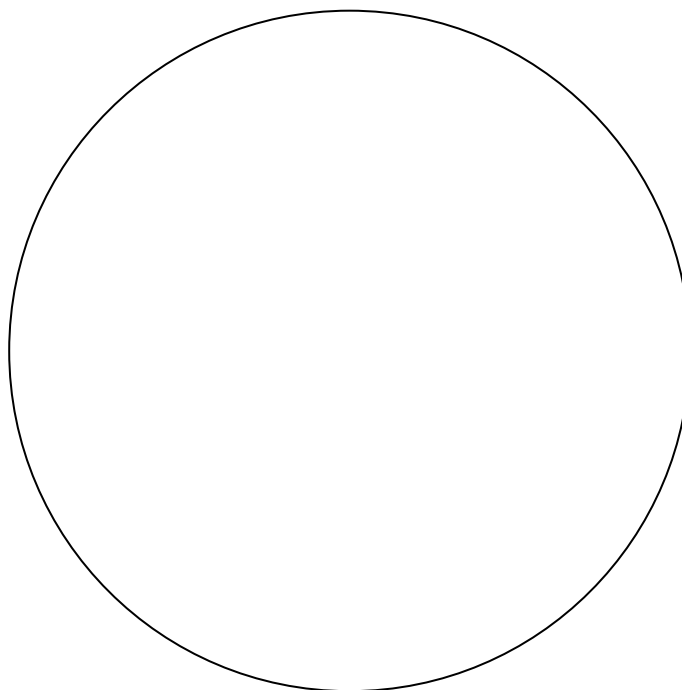
**Ejercicios:**

Con los elementos anteriores elabora lo que se te pide.

1. Gráfica de barras de mujeres asistentes a la reunión



2. Gráfica circular de mujeres asistentes a la reunión.



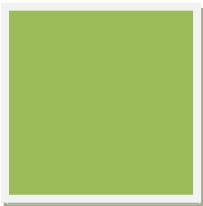
**Autoevaluación Bloque 3.**

Lee detenidamente cada situación, y en cada una de ellas tendrás 4 opciones. Realiza las operaciones en una hoja. Subraya con rojo la opción que creas correcta.



- Lucía va a cortar 7.50 m de listón en trozos de 0.25 m cada uno. ¿cuántos trozos obtendrá?  
a) 3                      b) 30                      c) 300                      d) 7.25
- Si la docena de lápices cuesta \$32.4, ¿Cuánto cuesta un solo lápiz?  
a) \$ 2.7                      b) \$ 2.6                      c) \$ 3.24                      d) \$ 2.4
- ¿Cuál es el resultado correcto de la siguiente ecuación de primer grado  $2x - 3 = 6 + x$ ?  
a)  $x = 4$                       b)  $x = 5$                       c)  $x = 7$                       d)  $x = 9$
- El consumo promedio de gasolina de un coche es de 10 km por litro. ¿Cuál de las siguientes expresiones algebraicas permite saber el consumo de gasolina que se necesita cuando se conoce el kilometraje recorrido (considera  $y$  = consumo de gasolina,  $x$  = kilometraje recorrido)?  
a)  $y = \frac{1}{100}x$                       b)  $y = \frac{1}{10}x$                       c)  $y = 100x$                       d)  $y = 10x$
- Amanda tenía en su cartera cierta cantidad de dinero. Se fue de compras a la plaza y gastó \$ 358. Al momento de revisar su cartera, contó \$ 537. ¿Cuál de las siguientes expresiones algebraicas permite conocer cuánto dinero tenía Amanda en su cartera antes de hacer sus compras?  
a)  $x - 358 = 537$                       b)  $x + 358 = 537$                       c)  $x + 537 = 358$                       d)  $x - 537 = 358$
- Raúl está usando varitas de diferentes tamaños para tratar de construir un triángulo, señala la opción que tenga las medidas de tres varitas con las que Raúl sí puede construir el triángulo:  
a) 7 cm, 7 cm, 14 cm                      b) 2 cm, 6 cm, 9 cm                      c) 5 cm, 3 cm, 3 cm                      d) 9 cm, 4 cm, 14 cm
- Hallar el área de un trapecio cuyas bases miden 10 y 12 cm y su altura 6 cm.  
a)  $66 \text{ cm}^2$                       b)  $67 \text{ cm}^2$                       c)  $68 \text{ cm}^2$                       d)  $166 \text{ cm}^2$
- Hallar el perímetro y el área del cuadrado.  

5 cm



  
a)  $P = 20 \text{ cm}$ ,  $A = 25 \text{ cm}^2$                       b)  $P = 25 \text{ cm}$ ,  $A = 25 \text{ cm}^2$   
c)  $P = 25 \text{ cm}$ ,  $A = 20 \text{ cm}^2$                       d)  $P = 25 \text{ cm}$ ,  $A = 20 \text{ cm}^2$
- Si a un reloj que cuesta \$ 899.99 se le aplica un 3% de descuento, ¿cuál es el precio del reloj con descuento?  
a) \$ 872.99                      b) \$ 28.6098                      c) \$ 875                      d) \$ 870
- A Roberto le otorgan un préstamo de \$ 30,000. Si paga el 12.5% más por concepto de intereses, ¿cuánto pagó en total Roberto por los \$ 30,000 que se prestaron?  
a) \$ 34,000                      b) \$ 33,750                      c) \$ 33,500                      d) \$ 30,125
- Si en una caja con 4 748 tornillos el 25% está defectuoso, ¿cuántos tornillos están defectuosos?  
a) 1187                      b) 1186                      c) 1185                      d) 1182

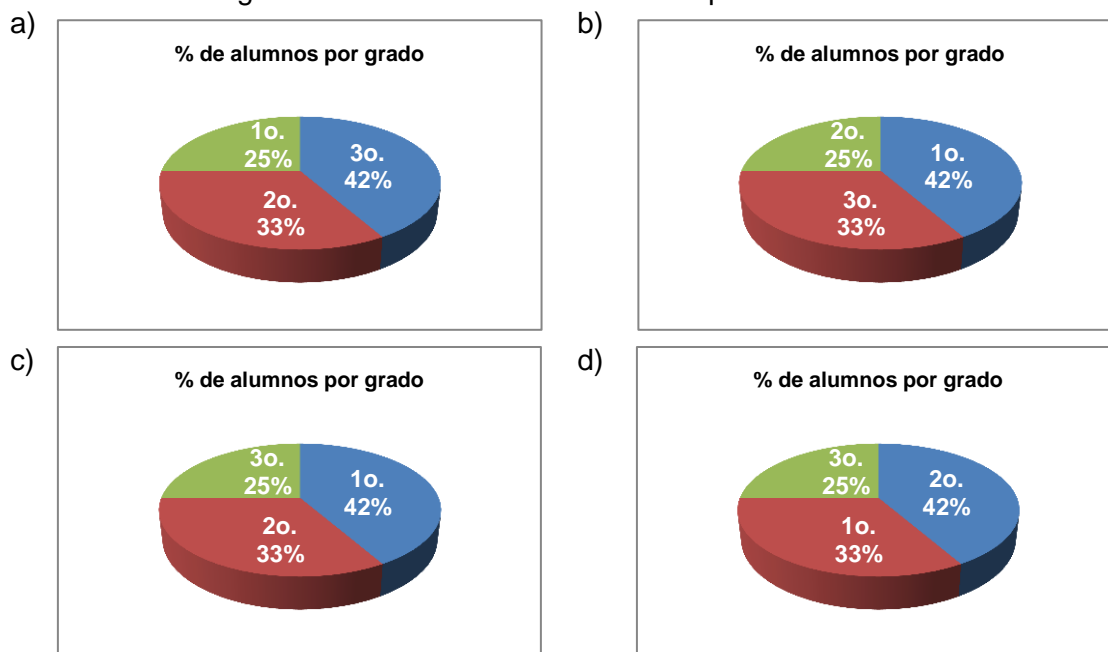
12. En una caja hay cinco tarjetas, en cada una de las cuales está escrita una vocal diferente. ¿Qué probabilidad existe de sacar una tarjeta con la letra E o con la letra I?

- a)  $\frac{2}{5}$                       b)  $\frac{2}{6}$                       c)  $\frac{3}{5}$                       d)  $\frac{5}{2}$

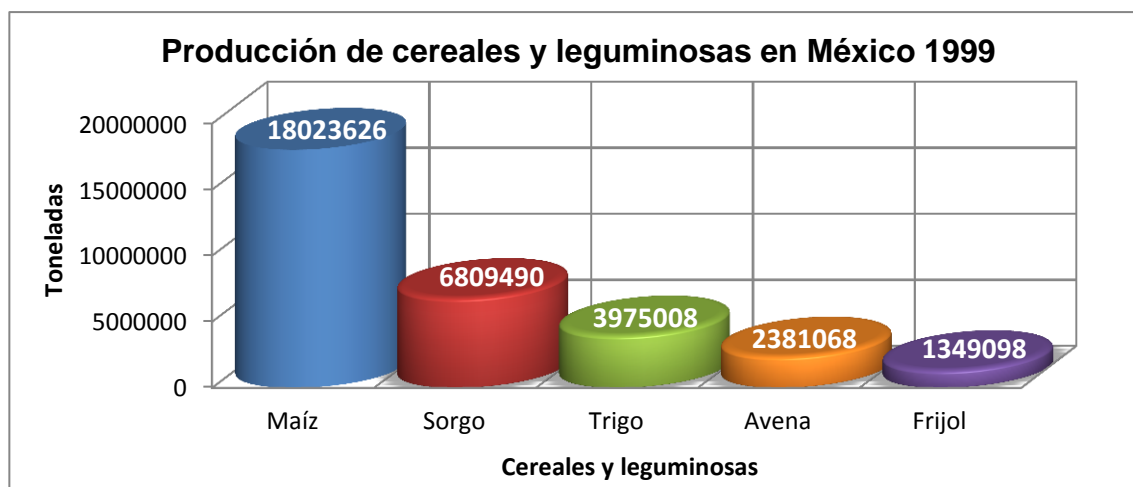
13. Si se extrae al azar una canica de una caja que contiene 12 canicas blancas, 8 rojas, 6 negras, 4 amarillas, 7 azul y 3 verdes. ¿Qué probabilidad hay de obtener una canica roja?

- a) 25 %                      b) 40 %                      c) 20 %                      d) 8%

14. En una escuela secundaria, hay 200 alumnos del primer año, 160 de segundo año y 120 de tercer año. La gráfica de sectores circulares correspondiente es:



15. La siguiente gráfica muestra la cantidad de toneladas de cereales y leguminosas producidas en nuestro país en 1999. ¿Cuál cereal tuvo una producción cercana al triple de la producción de frijol?



- a) El maíz                      b) El sorgo                      c) El trigo                      d) La avena

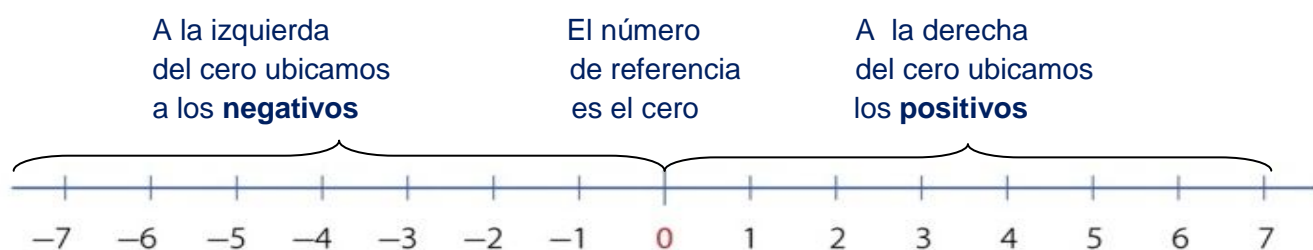
**Bloque 4.****Sentido numérico y pensamiento algebraico.****Significado y uso de los números.****Números con signo.**Planteamiento y solución de problemas de números con signo.

Debido a que en la medición de la temperatura los números naturales, es decir, el 1, 2, 3, 4, 5 ....., son insuficientes para expresar los grados bajo cero, y el cero mismo, fue necesario incorporar a los números negativos y al cero en la escala de medida. El cero es el punto de referencia, ya que antes del cero ubicamos a los negativos y después del cero a los positivos.

Los números negativos se distinguen de los positivos por el signo de menos (–) que les antecede, mientras que por lo general a los positivos no se acostumbra colocarles el signo de más (+).

**Representación de números en la recta.**

Los números negativos y positivos pueden ubicarse en la recta numérica para observar su orden y posición.

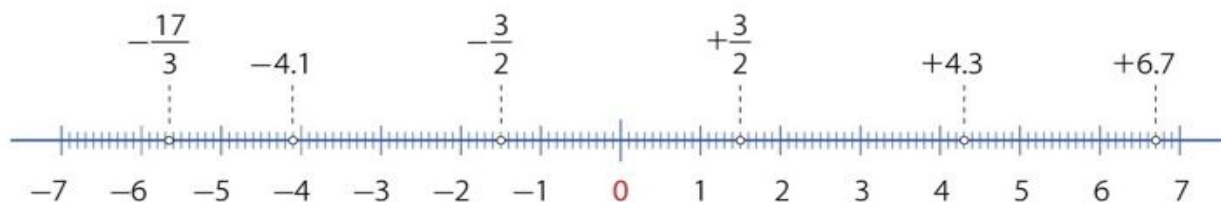


En la recta, los números están ordenados de menor a mayor. Por ello, al comparar dos números siempre será mayor el que esté a la derecha.

**Ubicación de números con signo en la recta numérica**

- Se ubica al cero como número de referencia (origen).
- A la izquierda del cero se ubican los números negativos, es decir, los números menores que 0, a los que identificamos con el signo menos (-).
- A la derecha del cero se ubican los números positivos, es decir, los números mayores que 0, a los que identificamos con el signo más (+).

También podemos ubicar fracciones y decimales con signo en la recta numérica.



- 1 y  $-1$  no son iguales, ya que 1 está a la derecha de  $-1$ . Por lo tanto,  $1 > -1$ .
- $+\frac{3}{2}$  y  $-\frac{3}{2}$ , es mayor  $+\frac{3}{2}$  porque está a la derecha. Por lo tanto,  $+\frac{3}{2} > -\frac{3}{2}$ .
- De  $-3$  y  $-2$ , es mayor  $-2$  porque está más a la derecha. Por lo tanto,  $-3 < -2$ .

**Inverso aditivo (simétrico).**

Observa que el 1 y el  $-1$  están a la misma distancia del cero, al igual que el 2 y el  $-2$ , el 3 y el  $-3$ , etc. Cada par de números tiene el mismo número, pero con signos opuestos o contrarios. Por tanto, el  $-5$  se llama el número opuesto de 5, y 3 es el opuesto de  $-3$ . Estos números se llaman **inversos aditivos o simétricos**.

**Valor absoluto.**

En la recta numérica el punto de referencia es el cero, ese es nuestro origen. Podemos calcular siempre qué tan lejos estamos de él, a esa práctica de hablar de la distancia al origen le llamamos valor absoluto del número.

Por ejemplo, para obtener el valor absoluto de  $-5$  se requiere conocer la distancia que existe entre el  $-5$  y el 0. La distancia es 5. Decimos entonces que el valor absoluto de  $-5$  es 5.

La operación valor absoluto se indica de varias formas, la más usual es mediante el empleo de dos barras verticales que rodean al número como se muestra a continuación.

Por ejemplo:  $|-3|$

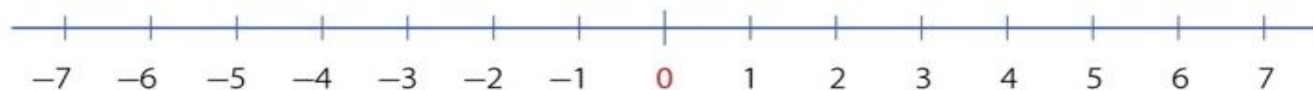
$|-3| = 3$ , se lee como “el valor absoluto de  $-3$  es 3”.

$|-5|$

$|-5| = 5$ , se lee como “el valor absoluto de  $-5$  es 5”.

$|7| = 7$ , se lee como “el valor absoluto de 7 es 7”.

1. Ubica en la recta numérica a los números: 0, 2,  $-4$ ,  $-5$ , 4, señalándolos con una flecha.



2. Ubica en la recta numérica a los números:  $+\frac{3}{4}$ ,  $-\frac{2}{5}$ ,  $-3\frac{1}{2}$ ,  $\frac{8}{3}$ , señalándolos con una flecha.



3. Ubica en la recta numérica los números que faltan entre los dos números que se señalan.



- 4.-Completa las siguientes tablas:

Número	Inverso aditivo (simétrico)	Número	Valor absoluto
- 6		$ - 9 $	
+ 8		$ + 6 $	
- 7.3		$ - 8.3 $	
+ 5.1		$ + 7.8 $	
	- 4.2		2
	+ 3.8		1.5
	+ 11.75		2.3
	- 13.4		6.8

## Significado y uso de las operaciones.

### Potenciación y Radicación.

#### Potencia de números.

La potencia de un número dado es el resultado de una multiplicación sucesiva por sí mismo.

La expresión de la potencia de un número consta de dos partes:

- a) La base es el número que se multiplica por sí mismo.
  - b) El exponente es el número que indica las veces que la base se tendrá que multiplicar por sí misma.
- Sus elementos son:

$$\begin{array}{c}
 \text{Exponente} \\
 \downarrow \\
 5^4 = 625 \rightarrow \text{Potencia} \\
 \uparrow \\
 \text{Base}
 \end{array}$$

$5^4$  significa que el 5 se va a multiplicar 4 veces por sí mismo, es decir,  $5 \times 5 \times 5 \times 5 = 625$ .

Por lo tanto, una potencia es un modo abreviado de escribir el producto de un número por sí mismo.

Por ejemplo:

$3^6$  indica que el 3 se va a multiplicar 6 veces por sí mismo, es decir,  $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 729$

Por lo tanto,  $3^6 = 729$

1. Resuelve las siguientes potencias. Guíate con los ejemplos:

Expresión	Notación desarrollada	Operaciones	Resultado
$4^5$	$4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4$	$4 \times 4 = 16$ $16 \times 4 = 64$ $64 \times 4 = 256$ $256 \times 4 = 1024$	$4^5 = 1024$
$2.2^4$	$2.2 \times 2.2 \times 2.2 \times 2.2$	$2.2 \times 2.2 = 4.84$ $4.84 \times 2.2 = 10.648$ $10.648 \times 2.2 = 23.4256$	$2.2^4 = 23.4256$
$\left(\frac{2}{3}\right)^3$	$\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3}$	$\frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9}$ $\frac{4}{9} \times \frac{2}{3} = \frac{8}{27}$	$\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}$
$9^6$			

Expresión	Notación desarrollada	Operaciones	Resultado
$3.4^5$			
$\left(\frac{4}{5}\right)^6$			
$7^4$			
$6.6^3$			
$\left(\frac{6}{7}\right)^4$			
$12^5$			
$9.3^6$			
$\left(\frac{5}{8}\right)^3$			

Raíz cuadrada.

La raíz cuadrada es la operación contraria de elevar un número al cuadrado. En general, la raíz cuadrada de un número A es el número que multiplicado por él mismo da A. Esta operación se representa con el símbolo  $\sqrt{\quad}$ . Los elementos de la raíz cuadrada son:

Radical  $\sqrt{25} = 5$  raíz  
Símbolo de la raíz Radicando

Geométricamente, la operación de la raíz cuadrada de un número equivale a calcular la longitud del lado de un cuadrado cuya superficie mida el número dado. Esto se debe a que el área del cuadrado es lado x lado = (lado)<sup>2</sup>.

Así escribimos

$$\sqrt{25} = 5 \text{ porque } 5^2 = 25$$

$$\sqrt{49} = 7 \text{ porque } 7^2 = 49$$

1. Completa la siguiente tabla. Guíate con los ejemplos. Puedes ayudarte con una calculadora.

Número (x)	Cuadrado del número (x <sup>2</sup> )	Notación desarrollada	Raíz cuadrada de x <sup>2</sup>
1	1	1 x 1	$\sqrt{1} = 1$
2	4	2 x 2	$\sqrt{4} = 2$
3			
4		4 x 4	
5			
6	36		
7			
8	64		
9			$\sqrt{81} = 9$
10			
11			
12	144		
13			
14			
15		15 x 15	
16			
17			$\sqrt{289} = 17$
18			
19			
20			

2. De acuerdo con la tabla anterior, ¿entre qué números estará la raíz cuadrada de 50?  
Como  $7^2 = 49$  y  $8^2 = 64$ , el 50 está entre el 49 y el 64, por lo tanto, la raíz cuadrada será un número que está entre 7 y 8.

a) ¿Entre qué números estará la raíz cuadrada de 10? \_\_\_\_\_  
¿Por qué? \_\_\_\_\_

b) ¿Entre qué números estará la raíz cuadrada de 20? \_\_\_\_\_  
¿Por qué? \_\_\_\_\_

c) ¿Entre qué números estará la raíz cuadrada de 30? \_\_\_\_\_  
¿Por qué? \_\_\_\_\_

d) ¿Entre qué números estará la raíz cuadrada de 40? \_\_\_\_\_  
¿Por qué? \_\_\_\_\_

e) ¿Entre qué números estará la raíz cuadrada de 60? \_\_\_\_\_  
¿Por qué? \_\_\_\_\_

f) ¿Entre qué números estará la raíz cuadrada de 75? \_\_\_\_\_  
¿Por qué? \_\_\_\_\_

g) ¿Entre qué números estará la raíz cuadrada de 90? \_\_\_\_\_  
¿Por qué? \_\_\_\_\_

h) ¿Entre qué números estará la raíz cuadrada de 150? \_\_\_\_\_  
¿Por qué? \_\_\_\_\_

i) ¿Entre qué números estará la raíz cuadrada de 184? \_\_\_\_\_  
¿Por qué? \_\_\_\_\_

j) ¿Entre qué números estará la raíz cuadrada de 220? \_\_\_\_\_  
¿Por qué? \_\_\_\_\_

k) ¿Entre qué números estará la raíz cuadrada de 243? \_\_\_\_\_  
¿Por qué? \_\_\_\_\_

l) ¿Entre qué números estará la raíz cuadrada de 295? \_\_\_\_\_  
¿Por qué? \_\_\_\_\_

m) ¿Entre qué números estará la raíz cuadrada de 318? \_\_\_\_\_  
¿Por qué? \_\_\_\_\_

n) ¿Entre qué números estará la raíz cuadrada de 387? \_\_\_\_\_  
¿Por qué? \_\_\_\_\_

Procedimiento para calcular la raíz cuadrada exacta de un número.

Por ejemplo, calcular  $\sqrt{20}$

1) Se separan siempre a partir de la derecha en grupos de 2 cifras

$\sqrt{20}$  ya está separado porque solo son dos cifras

2) Se busca un número que elevado al cuadrado nos aproxime a esta cantidad sin pasarse

El número que elevado al cuadrado se aproxima a 20 es  $4^2 = 16$

3) Se coloca este número del lado derecho del símbolo de la raíz dibujando una línea vertical y una horizontal, como se muestra enseguida:

$$\sqrt{20} \overline{)4}$$

4) Se eleva  $4^2$  y el resultado se resta de 20

$$\begin{array}{r} \sqrt{20} \overline{)4} \\ -16 \\ \hline 4 \end{array}$$

5) Para agregar decimales al resultado, se agregan 2 ceros al residuo

$$\begin{array}{r} \sqrt{20} \overline{)4} \\ -16 \\ \hline 400 \end{array}$$

6) Se multiplica por 2 el número que encontramos al principio (4) y se coloca debajo del mismo.

$$\begin{array}{r} \sqrt{20} \overline{)4} \\ -16 \\ \hline 400 \end{array} \quad \begin{array}{l} 4. \\ \underline{8} \end{array} \quad 4 \times 2$$

7) Tomamos las primeras 2 cifras del residuo (40) y al dividirla entre el doble producto (8), nos da 5. Si la división es muy exacta o aproximada ( $8 \times 5$  es 40), es conveniente tomar un número anterior (4 en lugar de 5). Este número se tiene que colocar en los décimos de la raíz y junto al doble producto.

$$\begin{array}{r} \sqrt{20} \overline{)4} \\ -16 \\ \hline 400 \end{array} \quad \begin{array}{l} 4.4 \\ \underline{84} \end{array}$$

8) Se multiplica el décimo (4) por el 2º renglón (84) y se resta del residuo.

$$\begin{array}{r} \sqrt{20} \overline{)4} \\ -16 \\ \hline 400 \\ -336 \\ \hline 64 \end{array} \quad \begin{array}{l} 4.4 \\ \underline{84} \\ \times \\ -336 \end{array}$$

Por lo tanto, la raíz aproximada de 20 es 4.4, porque  $4.4 \times 4.4 = 19.36$ . Si quisiéramos un valor todavía más exacto, se van agregando ceros al residuo y siempre se va duplicando el 1er renglón.

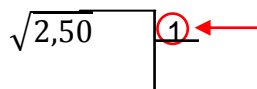
Por ejemplo, calcular  $\sqrt{250}$

- 1) Se separan siempre a partir de la derecha en grupos de 2 cifras

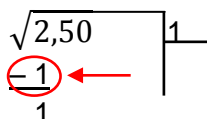
$$\sqrt{2,50}$$


- 2) Se busca un número que elevado al cuadrado nos aproxime a la cantidad de la izquierda  
El número que elevado al cuadrado se aproxima a 2 es  $1^2 = 1$

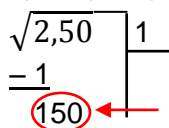
- 3) Se coloca este número del lado derecho del símbolo de la raíz dibujando una línea vertical y una horizontal, procurando dejar espacios a la derecha para agregar ceros, como se muestra enseguida:

$$\sqrt{2,50} \quad 1$$


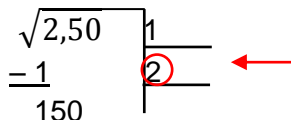
- 4) Se eleva  $1^2$  y el resultado se resta de 2

$$\begin{array}{r} \sqrt{2,50} \quad 1 \\ -1 \\ \hline 1 \end{array}$$


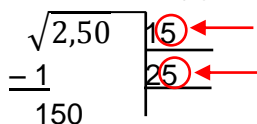
- 5) Se baja el par que está separado junto al residuo:

$$\begin{array}{r} \sqrt{2,50} \quad 1 \\ -1 \\ \hline 150 \end{array}$$


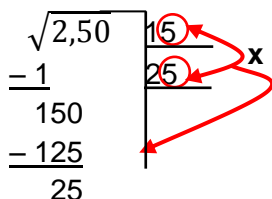
- 6) Se duplica el número que encontramos al principio (1) y se coloca debajo del mismo.

$$\begin{array}{r} \sqrt{2,50} \quad 1 \\ -1 \\ \hline 150 \end{array} \quad 2$$


- 7) Tomamos las primeras 2 cifras del residuo (15) y al dividirla entre el doble producto (2), nos da 7. Si la división es muy exacta o aproximada ( $7 \times 2$  es aproximada a 15), es conveniente tomar 1 o 2 números anteriores (5). Este número se coloca en los décimos del resultado y junto al doble producto.

$$\begin{array}{r} \sqrt{2,50} \quad 15 \\ -1 \\ \hline 150 \end{array} \quad 25$$


- 8) Se multiplica el número encontrado (5) por el 2º renglón (25) y se resta del residuo.

$$\begin{array}{r} \sqrt{2,50} \quad 15 \\ -1 \\ \hline 150 \\ -125 \\ \hline 25 \end{array}$$


9) Para agregar decimales al resultado, se agregan 2 ceros al residuo

$$\begin{array}{r}
 \sqrt{2,50} \quad 15 \leftarrow \\
 -1 \quad 25 \\
 \hline
 150 \\
 -125 \\
 \hline
 2500 \leftarrow
 \end{array}$$

10) Se duplica la raíz y se coloca en el 3er renglón

$$\begin{array}{r}
 \sqrt{2,50} \quad 15 \leftarrow \\
 -1 \quad 25 \\
 \hline
 150 \\
 -125 \\
 \hline
 2500
 \end{array}
 \quad \begin{array}{l}
 15 \times 2 \\
 \downarrow \\
 30
 \end{array}$$

11) Se toman 2 cifras del residuo (25) y se dividen entre la 1er cifra del número duplicado (3) y es aproximadamente 8 ( $3 \times 8 = 24$ ). Esta cifra se coloca en el décimo de la raíz y junto al número duplicado, techando el 2º renglón.

$$\begin{array}{r}
 \sqrt{2,50} \quad 15.8 \leftarrow \\
 -1 \quad 25 \leftarrow \\
 \hline
 150 \\
 -125 \\
 \hline
 308 \leftarrow \\
 2500
 \end{array}$$

12) Se multiplica la cifra encontrada (8) por el 3er renglón (308) y se resta del residuo

$$\begin{array}{r}
 \sqrt{2,50} \quad 15.8 \leftarrow \\
 -1 \quad 25 \\
 \hline
 150 \\
 -125 \\
 \hline
 308 \\
 2500 \\
 -2464 \leftarrow \\
 \hline
 36
 \end{array}
 \quad \begin{array}{l}
 8 \times 308 \\
 \downarrow \\
 -2464
 \end{array}$$

13) Para agregar otro decimal, se agregan 2 ceros al residuo y se duplica la raíz.

$$\begin{array}{r}
 \sqrt{2,50} \quad 15.8 \leftarrow \\
 -1 \quad 25 \\
 \hline
 150 \\
 -125 \\
 \hline
 308 \\
 2500 \\
 -2464 \\
 \hline
 316 \leftarrow \\
 3600 \leftarrow
 \end{array}$$

14) Se toman 2 cifras del residuo (36) y se dividen entre las primeras 2 cifras del número duplicado (31) y es aproximadamente 1. Esta cifra se coloca en el décimo de la raíz y junto al número duplicado, techando el 3er renglón.

$$\begin{array}{r}
 \sqrt{2,50} \quad 15.81 \\
 -1 \quad 25 \\
 \hline
 150 \\
 -125 \quad 308 \\
 \hline
 2500 \\
 -2464 \quad 3161 \\
 \hline
 3600
 \end{array}$$

15) Se multiplica la cifra encontrada (1) por el 4o renglón (3161) y se resta del residuo

$$\begin{array}{r}
 \sqrt{2,50} \quad 15.81 \\
 -1 \quad 25 \\
 \hline
 150 \\
 -125 \quad 308 \\
 \hline
 2500 \\
 -2464 \quad 3161 \\
 \hline
 3600 \\
 -3161 \\
 \hline
 439
 \end{array}$$

Por lo tanto, la raíz aproximada de 250 es 15.81, porque  $15.81 \times 15.81 = 249.9561$

1. Encuentra las raíces exactas de los siguientes números utilizando el procedimiento anterior (hasta 2 decimales). Comprueba después con una calculadora el resultado que obtuviste:

a)  $\sqrt{\quad 30 \quad}$  \_\_\_\_\_

b)  $\sqrt{\quad 85 \quad}$  \_\_\_\_\_

c)  $\sqrt{\quad 150 \quad}$  \_\_\_\_\_

d)  $\sqrt{\quad 325 \quad}$  \_\_\_\_\_

e)  $\sqrt{\quad 438 \quad}$  \_\_\_\_\_

f)  $\sqrt{\quad 2357 \quad}$  \_\_\_\_\_

## Significado y uso de las literales.

### Relación funcional

#### Tablas y expresiones algebraicas construidas con la constante de proporcionalidad.

En esta lección aprenderás cómo una variable **depende** o **está en función de otra variable**, es decir, existe una **relación funcional** entre dos variables.

A las relaciones funcionales les vamos a llamar **expresiones algebraicas**, ya que relacionan variables y constantes.

Por ejemplo:

Un automóvil que transita por una carretera recta mantiene una velocidad constante de 20 metros por segundo. Completa la siguiente tabla y construye la relación que hay entre las variables tiempo y distancia recorrida.

Tiempo (segundos)	Distancia recorrida (metros)
1	20
2	40
3	60
5	
	120
7	
8	160
9	
	200
15	
	400
30	
	1200

La relación que existe sería  $d = (20)(t)$ , o lo que es lo mismo,  $\text{distancia} = 20 \times \text{tiempo}$ , que indica que por cada segundo de tiempo transcurrido el auto avanzará 20 metros.

Recuerda que los paréntesis indican multiplicación, aunque esta relación también se podría expresar como  $d = 20t$ , porque cuando está un número junto a una letra sin un signo  $+$  o  $-$  que los separa, indican que se están multiplicando el número y la variable.

Resuelve los siguientes ejercicios, completando las tablas y elaborando la relación entre las variables.

1. Las dos escalas más usadas para medir la temperatura son los grados centígrados o Celsius ( $^{\circ}\text{C}$ ) y los grados Fahrenheit ( $^{\circ}\text{F}$ ). La relación o expresión algebraica que existe entre estas dos escalas de temperatura es:  $^{\circ}\text{F} = (1.8 ^{\circ}\text{C}) + 32$ . Con esta expresión, completa la siguiente tabla:

Grados centígrados ( $^{\circ}\text{C}$ )	Grados Fahrenheit ( $^{\circ}\text{F}$ )
1	$1.8(1) + 32 = 1.8 + 32 = 33.8$
2	$1.8(2) + 32 = 3.6 + 32 = 35.6$
5	
10	
20	
30	
37	
40	

2. En una receta para cocinar pollo aparecen las siguientes instrucciones:

Envuelva el pollo en papel estrasa; hornee el pollo 20 minutos por cada kilogramo de pavo y sume a esto 80 minutos extras.

¿Cuál sería la expresión algebraica entre estas variables? \_\_\_\_\_

Completa la siguiente tabla para calcular el tiempo de horneado dependiendo del peso del pollo:

Peso del pollo (kg)	Tiempo de horneado (minutos)
1	$20(1) + 80 = 20 + 80 = 100$
1.5	
2	
	$= 130$
3	
	$= 150$
4	
	$= 170$
5	

3. Un bebé nació pesando 3 kg. Durante su primer año de vida su peso aumentó 0.5 kg cada mes. ¿Cuál sería la expresión algebraica entre estas variables? \_\_\_\_\_

Completa la siguiente tabla para calcular el peso del bebé.

Edad del bebé (meses)	Peso del bebé (Kilogramos)
Al nacer	3
1	$3 + 0.5(1) = 3.5$
2	
3	
	= 5
5	
	= 6
7	
8	
9	
	= 8
	= 8.5
12	

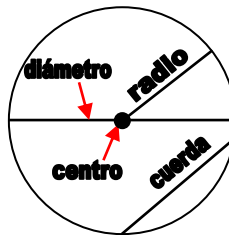
**Forma, espacio y medida.****Formas geométricas.****Figuras planas.**Construcción de circunferencias a partir de diferentes condiciones.

Una **circunferencia** está formada por todos los puntos que están a la misma distancia, llamada **radio**, de un punto fijo llamado **centro**.

Una **cuerda** es un segmento de recta que une dos puntos de la circunferencia.

El **diámetro** es una cuerda que pasa por el centro.

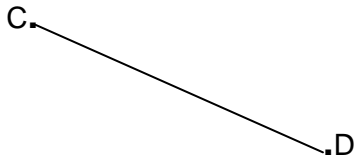
**Círculo** es el área que está contenida en una circunferencia.



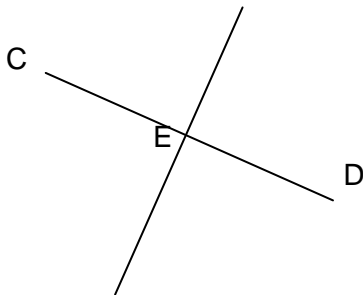
Para trazar una circunferencia que pase por dos puntos:

Tomamos dos puntos C y D, se encuentra el punto medio entre estos puntos (radio), y lo podemos calcular midiendo la distancia entre C y D y dividiéndola entre dos, o bien, trazando la mediatriz entre estos dos puntos.

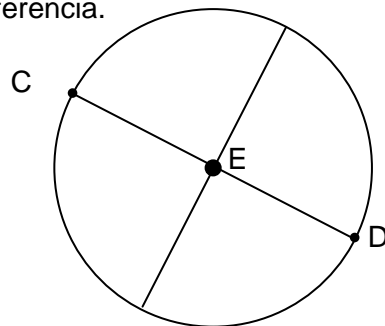
Si trazamos una segmento y lo medimos (3.8 cm) estamos calculando el diámetro, por lo que el radio será la mitad del diámetro (1.9 cm).



Trazamos la mediatriz entre estos dos puntos:

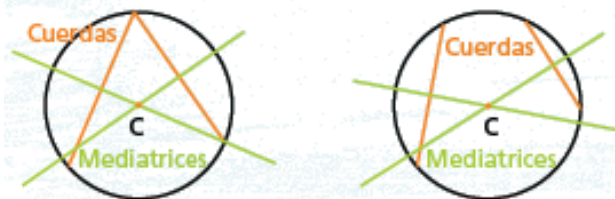


Ya que conocemos la mediatriz, abrimos el compás con radio  $\overline{CE}$  o  $\overline{ED}$  y trazamos la circunferencia.



### Para encontrar el centro de las circunferencias:

a) Dadas dos cuerdas no paralelas, se traza la mediatriz a cada cuerda y el punto de intersección de las mediatrices trazadas es el centro de la circunferencia.



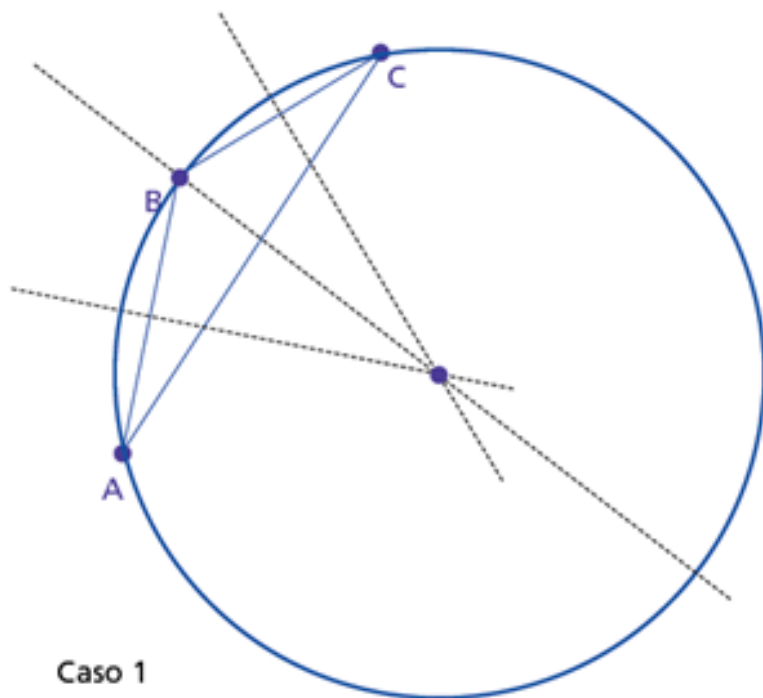
b) Dadas dos paralelas, se traza la mediatriz a una de las cuerdas, se identifica el diámetro que está sobre la mediatriz, se obtiene el punto medio del diámetro, el cual es el centro de la circunferencia.



Para encontrar el centro de la circunferencia:

Caso 1: **Dados tres puntos que no son colineales** (que no están sobre la misma recta) siempre se puede trazar una circunferencia que pase por ellos. El centro de la circunferencia que pasa por ellos es el punto de intersección de las mediatrices de los tres puntos.

Caso 2: Cuando los tres puntos son colineales (están sobre la misma recta), no se puede trazar la circunferencia.



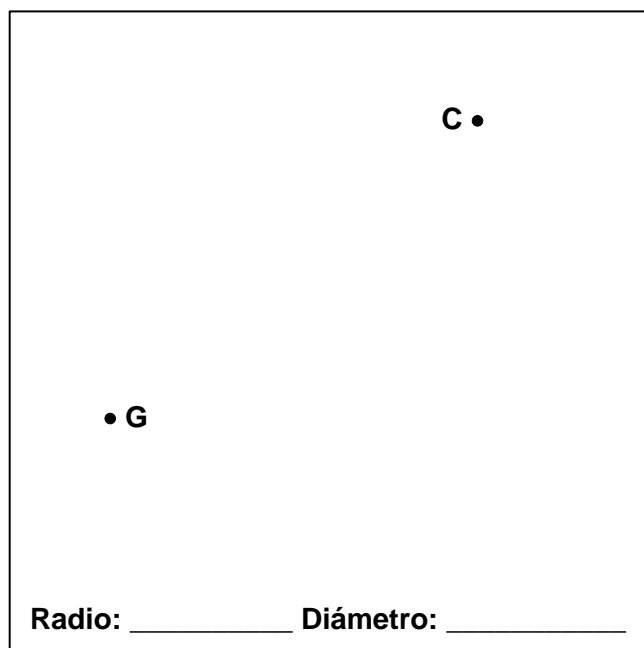
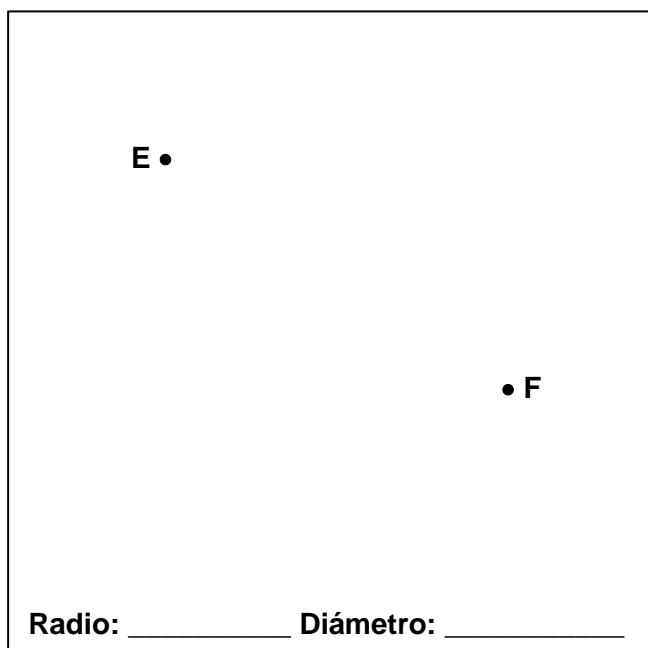
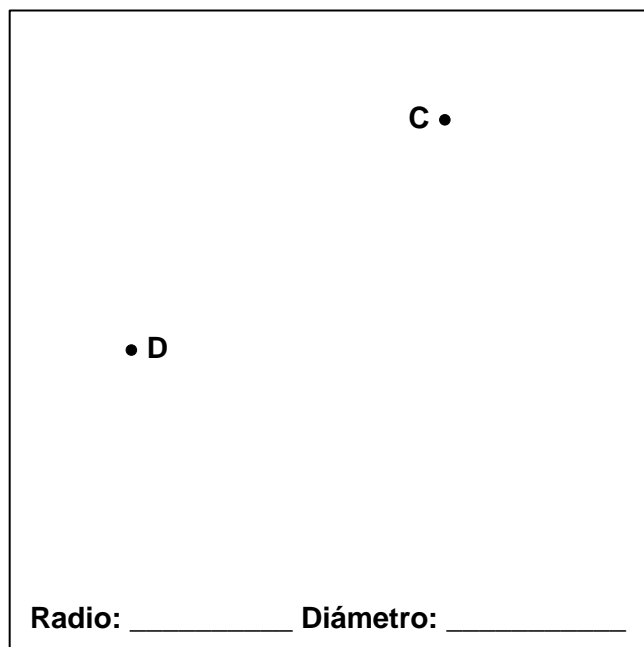
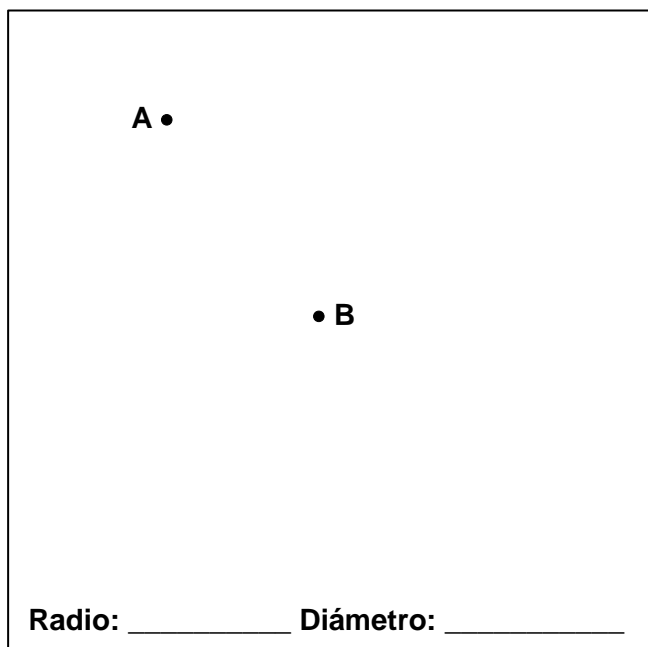
Caso 1



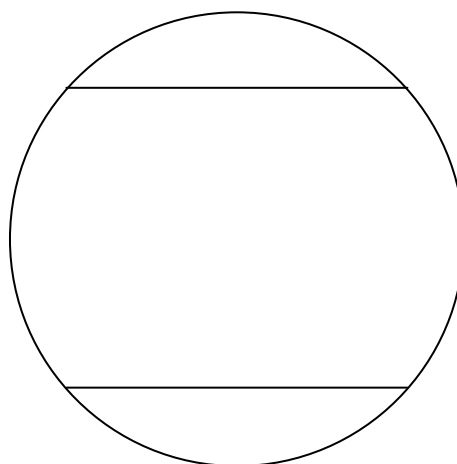
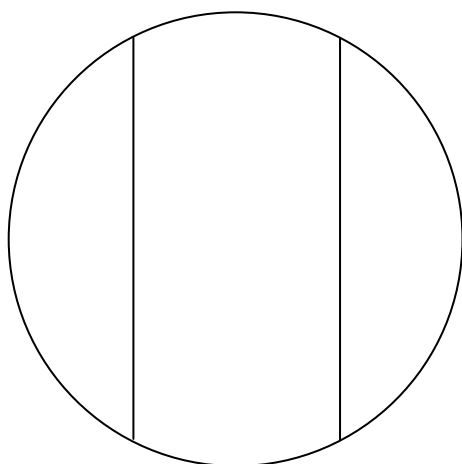
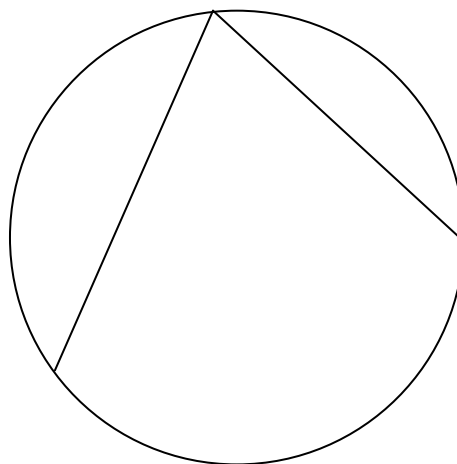
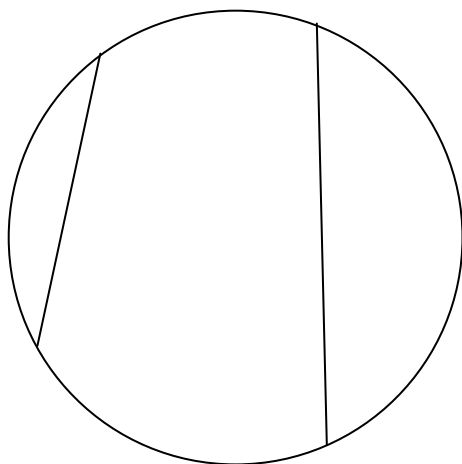
Caso 2

Realiza los siguientes ejercicios:

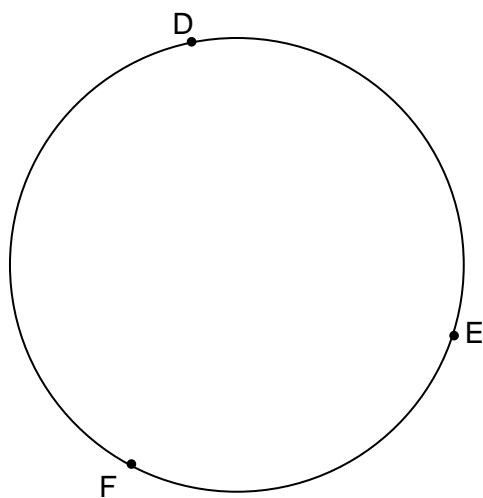
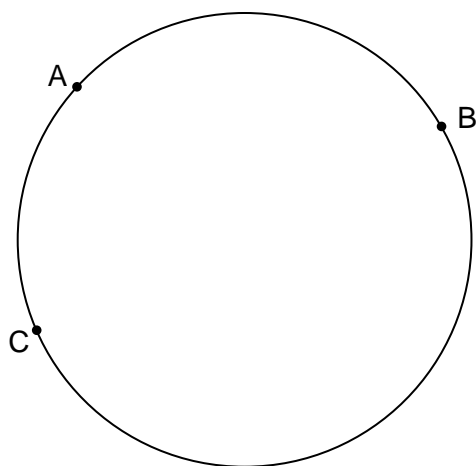
1. Dados los siguientes 2 puntos, construye la mediatriz, encuentra el centro y traza las circunferencias. Mide también el radio y el diámetro.



2. Encuentra el centro de las circunferencias dadas las siguientes cuerdas:



3. Encuentra el centro de las circunferencias dadas los siguientes puntos:



**Medida.****Justificación de fórmulas.**Determinación del número Pi.

El número que se obtiene al dividir el perímetro de un círculo entre la longitud de su diámetro siempre es el mismo, se llama pi y se simboliza con la letra griega  $\pi$ . Una aproximación a ese número es 3.1416, o bien, un valor más cercano es 3.14.

1. Completa la siguiente tabla. Auxílate con una calculadora. Sigue los ejemplos.

Perímetro de la circunferencia (cm)	Diámetro de la circunferencia (cm)	Perímetro ÷ diámetro
6.2832	2	$6.2832 \div 2 = 3.1416$
9.4242		$= 3.1416$
18.8496	6	
31.416		$= 3.1416$
47.124	15	
62.832		$= 3.1416$
	30	$= 3.1416$
157.08	50	

El diámetro es directamente proporcional al perímetro del círculo, es decir, en la misma proporción en que aumenta o disminuye el diámetro, aumenta o disminuye el perímetro del círculo. La constante de proporcionalidad es el número  $\pi$ .

Las ruedas de las bicicletas tienen diferentes tamaños según para el tipo de persona que la vaya a utilizar. En la siguiente tabla se especifica la rodada en pulgadas (recuerda que 1 pulgada = 2.54 cm).

2. Completa la tabla. Guíate con el ejemplo.

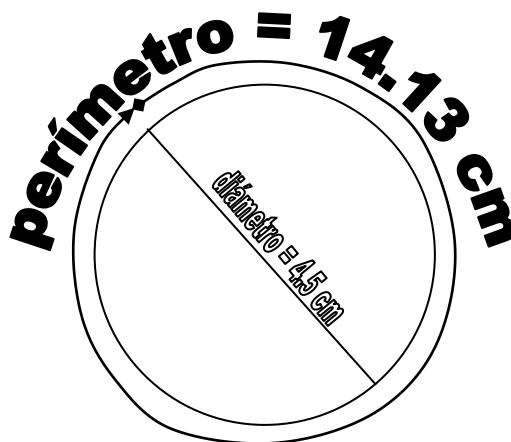
Usuario	Rodada (pulgadas)	Perímetro de la rueda (cm)	Diámetro de la rueda (cm)	Perímetro entre diámetro
Infantes	12"	$30.48 \times 3.14 = 95.7072$	$12 \times 2.54 = 30.48$	$95.7072 \div 30.48 = 3.14$
Niños	14"			
Adolescentes	24"			
Adultos	28"			

**Estimar, medir y calcular.**Perímetro del círculo.

El perímetro de un círculo se calcula multiplicando la medida de su diámetro por el número  $\pi$ . En una circunferencia, el perímetro equivale a darle toda la vuelta a la circunferencia.

Por ejemplo: para calcular el perímetro de una circunferencia de diámetro 4.5 cm y tomando 3.14 como valor aproximado de  $\pi$ , entonces:

$$\text{Perímetro} = 4.5 \text{ cm} \times 3.1416 = 14.13 \text{ cm}$$



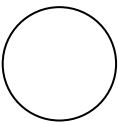
- Es decir, podemos obtener el perímetro de cualquier circunferencia con la fórmula:

Perímetro =  $\pi$  por diámetro

Si se llama P al perímetro y d al diámetro, entonces puede escribirse:

$$P = \pi \times d \quad \text{o bien} \quad P = \pi d$$

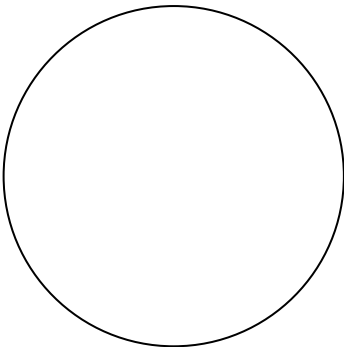
1. Mide el diámetro de las siguientes circunferencias y calcula su perímetro:



Diámetro: \_\_\_\_\_ cm

$P = \pi d$

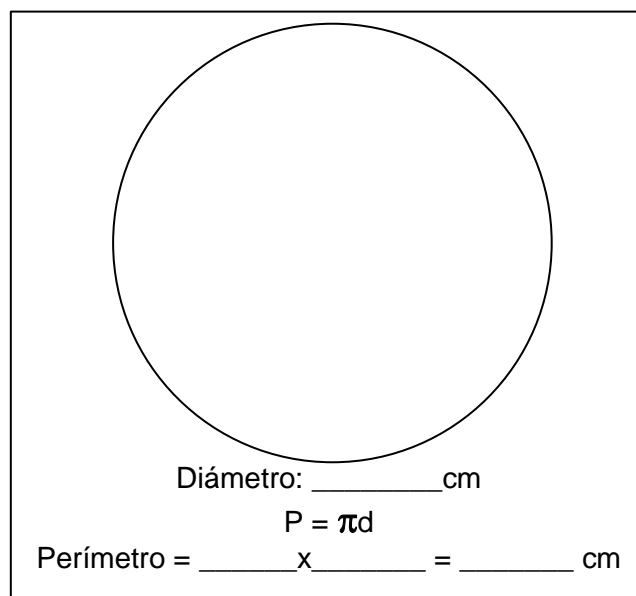
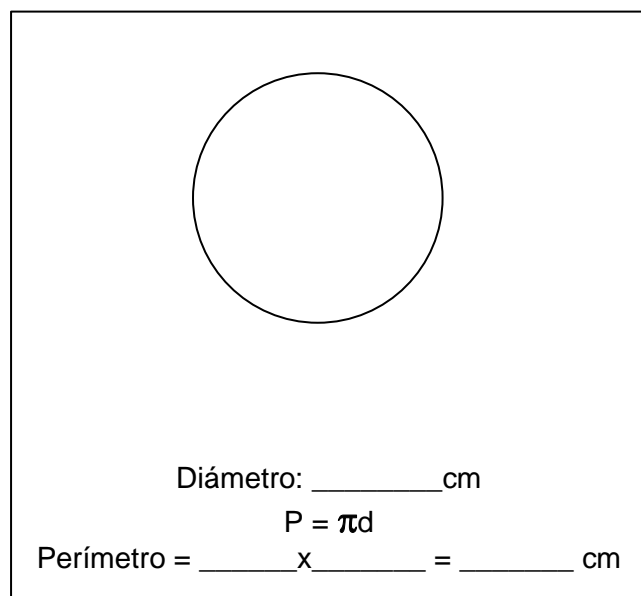
Perímetro = \_\_\_\_\_ x \_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_ cm



Diámetro: \_\_\_\_\_ cm

$P = \pi d$

Perímetro = \_\_\_\_\_ x \_\_\_\_\_ = \_\_\_\_\_ cm



2. Utiliza los datos del ejercicio de las ruedas de las bicicletas y completa la siguiente tabla para ver cuántas vueltas daría la llanta delantera en las siguientes distancias. Guíate con el ejemplo.

Usuario	Rodada (pulgadas)	Perímetro de la rueda (cm)	Diámetro de la rueda (cm)	Número de vueltas en 10 m (1000 cm)	Número de vueltas en 50 m (5000 cm)
Infantes	12"	$30.48 \times 3.14 = 95.7072$	$12 \times 2.54 = 30.48$	$1000 \div 95.7072 = 10.45$	$5000 \div 95.7072 = 52.25$
Niños	14"				
Adolescentes	24"				
Adultos	28"				

3. Se quiere poner una cerca de madera a un ruedo de 25 m de radio para la monta de caballos y toros salvajes en un rodeo. El ruedo es de forma circular. Cada metro de barandal cuesta \$ 120.

- a) ¿Cuánto costará el primer nivel de barandal?  
 b) ¿Cuántos niveles se podrán poner con \$ 50000?  
 c) Si en total se pagaron \$ 75,350, ¿cuántos niveles de barandal se pusieron?

Realiza tus operaciones en los siguientes recuadros y contesta.

a)

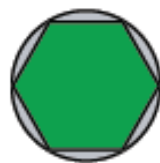
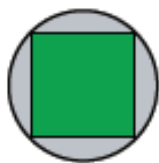
b)

c)



Área del círculo.

El área de un círculo puede ser aproximada con la fórmula del área de un polígono regular, debido a que al inscribir polígonos dentro de una circunferencia, entre más lados tenga el polígono más se parecerá a una circunferencia:



$$\text{Área de un polígono regular} = \frac{\text{perímetro} \times \text{apotema}}{2}$$

Como el perímetro del círculo es  $\pi$  por diámetro y la apotema, cuando el número de lados aumenta, coincide con el radio, entonces:

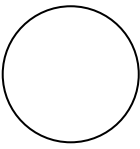
$$\text{Área de un círculo} = \frac{\pi \times \text{diámetro} \times \text{radio}}{2}$$

$$\text{Y como el diámetro es 2 veces el radio: área de un círculo} = \frac{\pi \times 2 \times \text{radio} \times \text{radio}}{2}$$

$$\text{Simplificando: Área del círculo} = \pi \times \text{radio} \times \text{radio}$$

$$\text{Si se llama } A \text{ al área y } r \text{ al radio, entonces puede escribirse: } A = \pi r^2$$

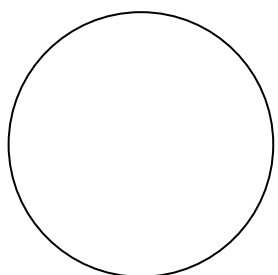
1. Mide el diámetro de las siguientes circunferencias y calcula su área:



Diámetro: \_\_\_\_\_ cm Radio: \_\_\_\_\_ cm

$A = \pi r^2$

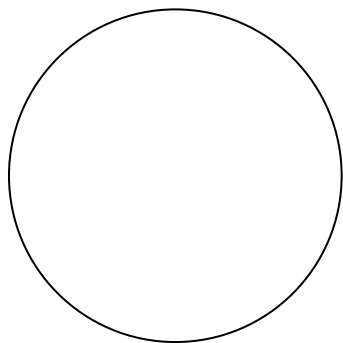
Área = \_\_\_\_\_ x (\_\_\_\_\_ )<sup>2</sup> = \_\_\_\_\_ cm<sup>2</sup>



Diámetro: \_\_\_\_\_ cm Radio: \_\_\_\_\_ cm

$A = \pi r^2$

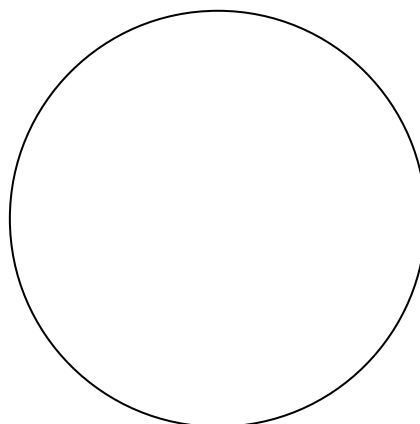
Área = \_\_\_\_\_ x (\_\_\_\_\_ )<sup>2</sup> = \_\_\_\_\_ cm<sup>2</sup>



Diámetro: \_\_\_\_\_ cm Radio: \_\_\_\_\_ cm

$$A = \pi r^2$$

Área = \_\_\_\_\_ x (\_\_\_\_\_)² = \_\_\_\_\_ cm²



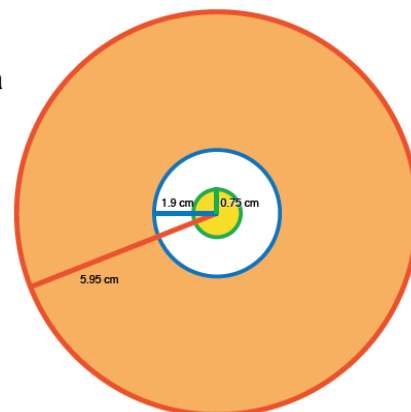
Diámetro: \_\_\_\_\_ cm Radio: \_\_\_\_\_ cm

$$A = \pi r^2$$

Área = \_\_\_\_\_ x (\_\_\_\_\_)² = \_\_\_\_\_ cm²

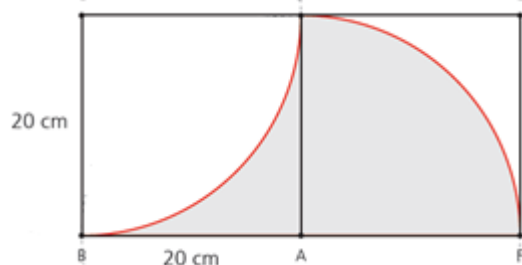
2. Un DVD tiene las siguientes medidas:

Todo el disco tiene un radio de 5.95 cm, y el área sombreada de color naranja es donde se graban los datos, ¿cuántos cm de área tiene para grabar un DVD?



El área amarilla (la más pequeña  $r = 0.75$  cm) es el orificio donde se inserta el DVD en el lector. ¿cuál es su área?

3. Daniela y sus amigos miran las figuras caprichosas que se forman en el piso con los mosaicos que recubren la baldosa de concreto. Como atraída por un imán, a Daniela le llama fuertemente la atención algo a lo que no consigue encontrarle forma; observa muy atenta la figura en el piso hasta que adquiere relieve en su mirada fija. Entonces, llama a sus amigos para decirles que le gustaría saber el perímetro y el área de la figura que se forma con las líneas de dos mosaicos: un segmento de recta y dos arcos. Todos ponen atención a la figura que Daniela señala y deciden apoyarla. Cada uno de los mosaicos que están observando mide 20 cm de lado y tiene marcado un arco. En el dibujo de arriba se muestra la figura que señala Daniela, los arcos se trazan apoyándose en el vértice C y en el vértice A. Ayúdala a Daniela a calcular el área y el perímetro de la parte sombreada.



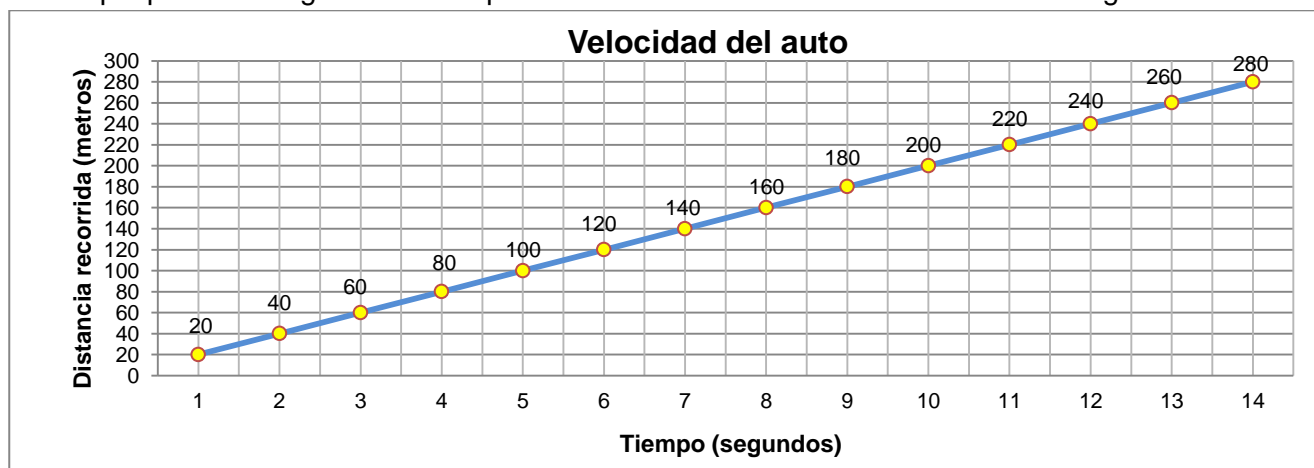
**Manejo de la información.****Representación de la información.****Gráficas.**Características de gráficas de relaciones proporcionales.

A las relaciones de proporcionalidad directa les corresponden expresiones algebraicas que permiten encontrar las cantidades multiplicando su correspondiente por la constante de proporcionalidad. Las gráficas son de mucha utilidad para representar diversas situaciones que se quieran estudiar. De la comparación de gráficas puede obtenerse información sobre la relación de proporcionalidad.

Para el ejemplo del automóvil que transita por una carretera recta y mantiene una velocidad constante de 20 metros por segundo, la tabla completa quedó de la siguiente manera:

Tiempo (segundos)	Distancia recorrida (metros)
1	20
2	40
3	60
4	80
5	100
6	120
7	140
8	160
9	180
10	200
11	220
12	240
13	260
14	280

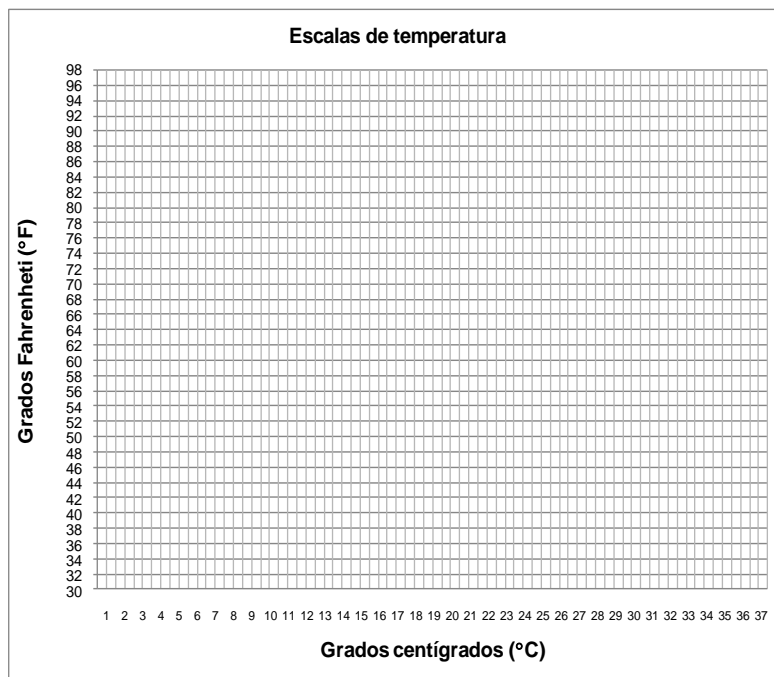
En donde la relación que existe sería  $d = (20)(t)$ , o lo que es lo mismo, distancia = 20 x tiempo, que indica que por cada segundo de tiempo transcurrido el auto avanzará 20 metros. La gráfica sería:



Realiza las gráficas para las siguientes tablas:

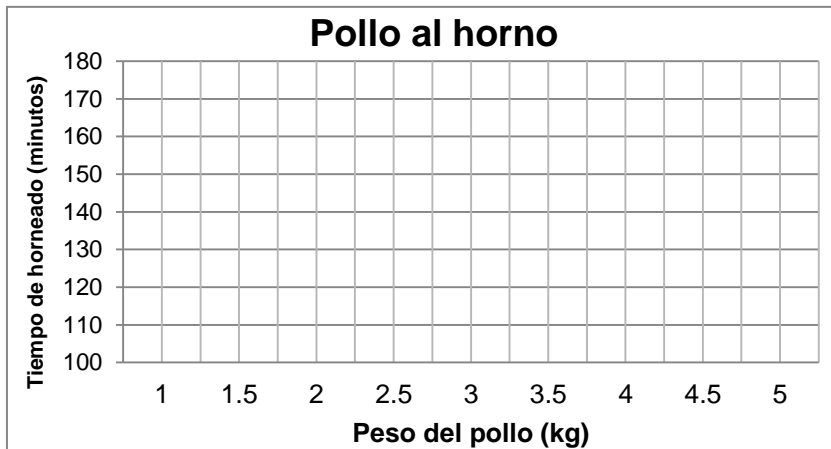
1. Las dos escalas más usadas para medir la temperatura son los grados centígrados o Celsius ( $^{\circ}\text{C}$ ) y los grados Fahrenheit ( $^{\circ}\text{F}$ ). La relación que existe entre estas dos escalas de temperatura es:  $^{\circ}\text{F} = (1.8\ ^{\circ}\text{C}) + 32$ . Con esta relación, completa la siguiente tabla:

Grados centígrados ( $^{\circ}\text{C}$ )	Grados Fahrenheit ( $^{\circ}\text{F}$ )
1	$1.8(1)+32=1.8+32=$ <b>33.8</b>
2	$1.8(2)+32=3.6+32=$ <b>35.6</b>
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	
10	
11	
12	
13	
14	
15	
16	
17	
18	
19	
20	
21	
22	
23	
24	
25	
26	
27	
28	
29	
30	
31	
32	
33	
34	
35	
36	
37	



2. Realiza la gráfica para la tabla donde se calcula el tiempo de horneado para cocinar un pollo dependiendo del peso del pollo, si se sabe que se debe hornear el pollo 20 minutos por cada kilogramo de pavo y sume a esto 80 minutos extras, completando la siguiente tabla:

Peso del pollo (kg)	Tiempo de horneado (minutos)
1	$20(1) + 80 = 100$
1.5	
2	
2.5	$= 130$
3	
3.5	$= 150$
4	
4.5	$= 170$
5	



3. Realiza la gráfica para la tabla donde se calcula el peso de un bebé durante su primer año de vida y que nació pesando 3 kg, sabiendo que su peso aumenta 0.5 kg cada mes, completando la siguiente tabla:

Edad del bebé (meses)	Peso del bebé (Kilogramos)
Al nacer	3
1	$3+0.5(1)=3+0.5 = 3.5$
2	
3	
4	$= 5.0$
5	
6	$= 6.0$
7	
8	
9	
10	$= 8.0$
11	$= 8.5$
12	



**Autoevaluación Bloque 4.**

Lee detenidamente cada situación, y en cada una de ellas tendrás 4 opciones. Realiza las operaciones en una hoja. Subraya con rojo la opción que creas correcta.



1. En la carnicería de Don Pancho, el termómetro del refrigerador marca  $-3^{\circ}\text{C}$ , y en ese momento en la radio mencionan que la temperatura ambiental era de  $19^{\circ}\text{C}$ . Si se quiere conocer la diferencia entre la temperatura ambiental y la del refrigerador, ¿cuál es el procedimiento adecuado para encontrar la respuesta?

- a)  $19 - 3 = 16$       b)  $19 - (-3) = 16$       c)  $-3 + 19 = 16$       d)  $19 - (-3) = 22$

2. ¿Qué distancia hay entre un avión que vuela a 3500 m sobre el nivel del mar y un submarino que se encuentra a 375 m bajo el nivel del mar?

- a) 3125 m      b) 3875 m      c)  $-3125\text{ m}$       d)  $-3875\text{ m}$

3. ¿Cuánto mide el lado de un patio cuadrado de  $250\text{ m}^2$ ?

- a)  $500\text{ m}^2$       b)  $125\text{ m}^2$       c)  $62,500\text{ m}^2$       d)  $15.81\text{ m}^2$

4. El resultado de la siguiente operación  $(-2)^2(-2)^3(-2)^4$  es igual a:

- a)  $-512$       b)  $512$       c)  $-256$       d)  $-514$

5. El resultado de la siguiente operación  $|-8| - |-5|$  es:

- a) 13      b)  $-13$       c) 3      d)  $-3$

6. Los datos que completan la siguiente tabla proporcional son:

Kg. de tortillas	\$ Precio
1	11
2	
3	33
4	
5	
6	66
7	

- a) 20, 40, 50 y 70      b) 22, 44, 55, 77      c) 21, 43, 54, 67      d) 21, 41, 51, 71

7. Una compañía de autobuses ofrece en renta una de sus unidades con la siguiente tarifa:

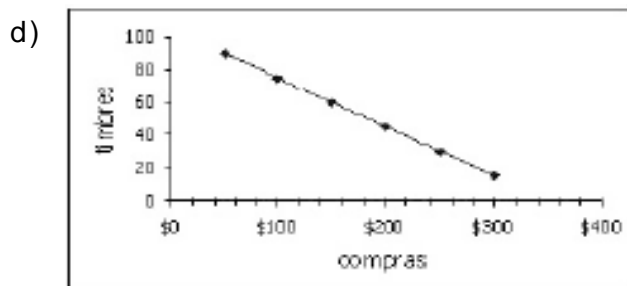
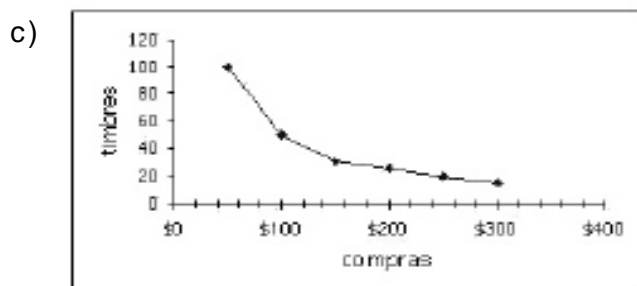
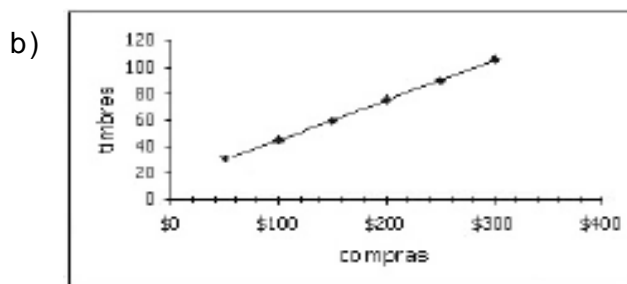
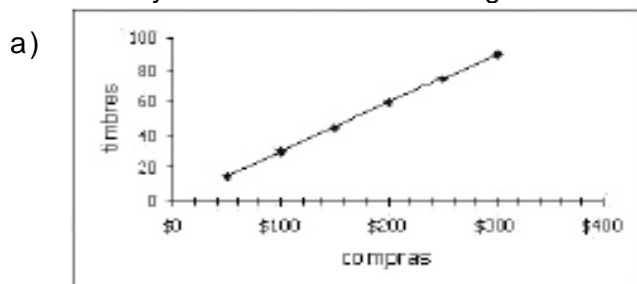
2 000 pesos de renta más 10 pesos por cada kilómetro recorrido. Si denotamos con  $d$  a la distancia recorrida por el autobús y con  $p$  al precio que cobrará la compañía. ¿Cuál de las siguientes expresiones sirve para calcular  $p$  a partir de  $d$ ?

- a)  $p = 10d + 2000$       b)  $p = 10d$       c)  $p = 2000d + 10$       d)  $p = 2000d$

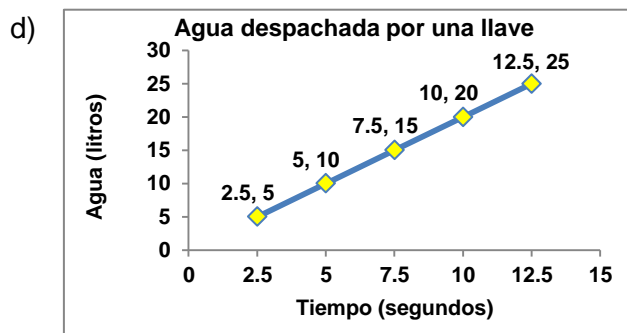
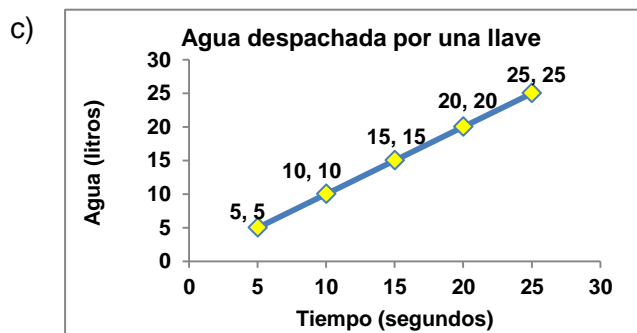
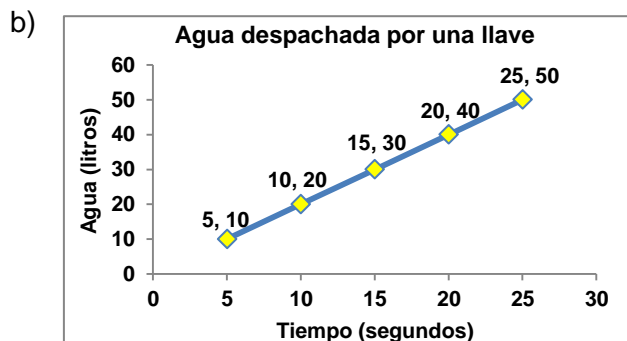
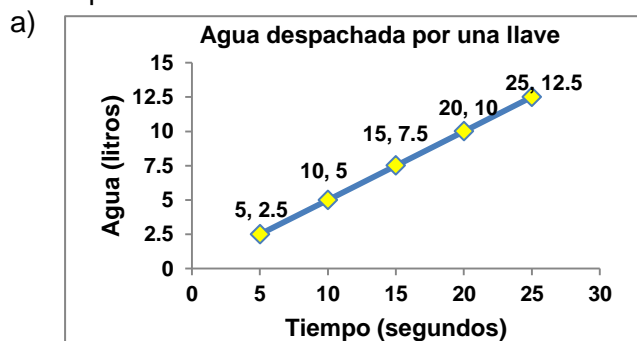
8. Una tienda regala timbres por las compras que realizan sus clientes y después se los intercambia por artículos de regalo. La cantidad de timbres que regalan dependen de las compras realizadas.

Compras en pesos	Número de timbres
\$ 50	15
\$ 100	30
\$ 150	45
\$ 200	60
\$ 250	75
\$ 300	90

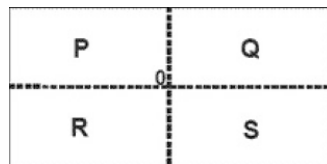
¿En cuál de las siguientes gráficas se representa correctamente la relación entre las compras realizadas y el número de timbres regalados?



9. Una llave proporciona 5 litros de agua cada 10 segundos de manera constante. ¿Cuál de las siguientes gráficas representa la cantidad de agua que proporciona la llave por el tiempo respectivo?



10. Adriana y Luisa fueron a la feria y decidieron subir a la rueda de la fortuna. Si el diámetro de la rueda es de 8 metros, ¿qué distancia recorrió la rueda si dio 10 vueltas? Considera  $\pi = 3.14$
- a) 502.3 m                      b) 251.2 m                      c) 125.6 m                      d) 111.4 m
11. Don Martín quiere construir un jardín circular de 3 metros de radio y ponerle dos tiras de cerca de madera alrededor. Si el metro de tira de madera cuesta \$ 85, ¿cuánto le costará a Don Martín poner las dos tiras de cerca alrededor de su jardín?
- a) \$ 3 202.8                      b) \$ 1 601.4                      c) \$ 6 120                      d) \$ 3 060
12. En el pueblo de Juan hay un pozo cuya entrada tiene 0.75 m de radio. ¿Cuál es la razón entre la longitud del perímetro del pozo con su diámetro?
- a) 0.15 m                      b) 0.32 m                      c) 3.14 m                      d) 6.28 m
13. Miguel quiere fabricar un cochecito de madera y para cada llanta necesita un círculo de madera de 5 cm de diámetro. ¿Cuánta madera ocuparán las 4 llantas del cochecito?
- a) 25 cm<sup>2</sup>                      b) 31.41 cm<sup>2</sup>                      c) 78.53 cm<sup>2</sup>                      d) 314.15 cm<sup>2</sup>
14. ¿Cuánto debe medir de largo una etiqueta de forma rectangular para ponerla alrededor de una botella, si el diámetro de la botella es de 12 cm?
- a) 75.36 cm                      b) 37.68 cm                      c) 113.04 cm                      d) 56.52 cm
15. En el pueblo de San José construirán un jardín en un terreno que tiene 80 metros de largo y 40 metros de ancho.



También pondrán una fuente circular en el centro del jardín, cuya parte externa estará a una distancia de 15 metros de cada uno de los lados largos del terreno.

¿Con cuál de los siguientes procedimientos se podrá trazar la circunferencia que ocupará la fuente?

- a) Tomar como radio la distancia que hay del centro a uno de los lados largos del terreno y apoyándose en el punto O trazar el círculo.
- b) Tomar como radio la mitad de la distancia que hay del centro a uno de los lados anchos del terreno y apoyándose en el punto O trazar el círculo.
- c) Tomar como radio la cuarta parte de la distancia que hay del centro a uno de los lados anchos del terreno y apoyándose en el punto O trazar el círculo.
- d) Tomar como radio la cuarta parte de la distancia que hay del centro a uno de los lados largos del terreno y apoyándose en el punto O trazar el círculo.

**Bloque 5.****Sentido numérico y pensamiento algebraico.****Significado y uso de las operaciones.****Problemas aditivos.**Algoritmos de suma de números con signo.

Para realizar sumas de números con signo tendrás que aplicar las siguientes reglas:

- Si **sumas dos números con el mismo signo**, los números se **adicionan** y el resultado **conservará el signo** de los números. Si se suman dos positivos, el resultado será positivo. Si se suman dos negativos, el resultado será negativo.

Por ejemplo:

$$7 + 6 = + 13$$

$$8 + 9 = + 17$$

$$12 + 25 = + 37$$

$$32 + 58 = + 90$$

Cuando un resultado es positivo, podemos omitir el signo “+” y dejar + 13 solamente como 13, + 17 como 17, + 37 como 37 y + 90 como 90.

Más ejemplos:

$$(-9) + (-5) = -14$$

$$(-6) + (-12) = -18$$

$$(-15) + (-28) = -43$$

$$(-39) + (-57) = -96$$

- Si sumas **dos números con signo diferente** (uno positivo y uno negativo):
  - 1) Observa cuál de los dos números es más grande (su valor absoluto, sin importar el signo)
  - 2) Se pone el signo del número más grande
  - 3) Se **restan** los números (el más grande menos el más chico)

Por ejemplo:  $8 + (-9) =$

- 1) Observamos los dos números y vemos que el  $-9$  es el número que tiene el valor absoluto más grande de los dos.
- 2) Se pone el signo del número más grande  $8 + (-9) = -$
- 3) Se restan el más grande menos el más pequeño, es decir,  $9 - 8 = 1$ , y se pone junto al signo.  
 $8 + (-9) = -1$

Otro ejemplo:  $-38 + 25 =$

- 1) Observamos los dos números y vemos que el  $-38$  es el número que tiene el valor absoluto más grande de los dos.
- 2) Se pone el signo del número más grande  $-38 + 25 = -$
- 3) Se restan el más grande menos el más pequeño, es decir,  $38 - 25 = 13$ , y se pone junto al signo.  
 $-38 + 25 = -13$

Otro ejemplo:  $13 + (-6) =$

1) Observamos los dos números y vemos que el 13 es el número que tiene el valor absoluto más grande de los dos.

2) Se pone el signo del número más grande  $13 + (-6) = +$

3) Se restan el más grande menos el más pequeño, es decir,  $13 - 6 = 7$ , y se pone junto al signo.

$$13 + (-6) = +7 \quad 13 + (-6) = 7 \text{ (se omite el signo +)}$$

Otro ejemplo:  $-16 + 48 =$

1) Observamos los dos números y vemos que el 48 es el número que tiene el valor absoluto más grande de los dos.

2) Se pone el signo del número más grande  $-16 + 48 = +$

3) Se restan el más grande menos el más pequeño, es decir,  $48 - 16 = 32$ , y se pone junto al signo.

$$-16 + 48 = +32 \quad -16 + 48 = 32 \text{ (se omite el signo +)}$$

1. Resuelve las siguientes sumas de números con signo:

a)  $23 + 58 =$

b)  $43 + (-54) =$

c)  $(-35) + (-19) =$

d)  $-46 + 45 =$

e)  $63 + (-35) =$

f)  $-38 + 29 =$

g)  $19 + 67 =$

h)  $(-46) + (-68) =$

i)  $54 + (-78) =$

j)  $(-87) + (-135) =$

k)  $-84 + 95 =$

l)  $235 + 96 =$

Algoritmos de resta de números con signo.

Para realizar restas de números con signo tendrás que aplicar las siguientes reglas:

- Se hace como una suma de números (aplicas la regla de signos si es necesario, ves qué número es más grande para ver el signo y después haces la suma o resta entre los números).

La regla de los signos cuando hay dos signos juntos dice lo siguiente:

$$\begin{array}{ll} (+)(+) = + & \left. \begin{array}{l} \text{signos iguales siempre} \\ (-)(-) = + \end{array} \right\} \text{es positivo} & (+)(-) = - & \left. \begin{array}{l} \text{signos diferentes siempre} \\ (-)(+) = - \end{array} \right\} \text{es negativo} \end{array}$$

Por ejemplo:

- $7 - 4 = 3$

Es más grande el 7 y como es positivo el resultado es positivo

- $8 - 12 = -4$

Es más grande el 12 y como es negativo el resultado es negativo y se resta  $12 - 8$

- $-15 - 13 =$

Como los dos números son del mismo signo ( $-$  y  $-$ ) se suman los números y se conserva el signo  $-$   
 $15 + 13 = 28$        $-15 - 13 = -28$

- $12 - (-3) =$

Los dos signos  $-$  que están juntos se convierten en  $+$  por la regla anterior, por lo que la expresión se convierte en  $12 + 3 = 15$

- $-26 - (-45) =$

Se convierte en  $-26 + 45$  porque los dos signos  $-$  que están juntos se convierten en  $+$ . Ahora, como el 45 es mayor el resultado es positivo y se resta  $45 - 26 = 19$

1. Resuelve las siguientes restas de números con signo:

a)  $48 - 29 =$       b)  $54 - (-36) =$       c)  $-18 - (-42) =$       d)  $-39 - 22 =$

e)  $26 - (-55) =$       f)  $-45 - (-26) =$       g)  $67 - 79 =$       h)  $-58 - (-92) =$

i)  $-53 - 49 =$       j)  $86 - 68) =$       k)  $54 + (-78) =$       l)  $-72 - 69 =$

Resuelve los siguientes ejercicios:

2. El servicio meteorológico de la Universidad de Guanajuato pronosticó que el 5 de diciembre de 2011 habrá una serie de heladas en los municipios del noreste de Guanajuato. Los datos se resumen en la siguiente tabla:

Ciudad	Temperatura máxima	Temperatura mínima	Diferencia de temperatura
Xichú	-2	-10	
San Luis de la Paz	8	-4	
Doctor Mora	13	-1	
Victoria	3	-6	
Tierra Blanca	2	-4	
Atarjea	9	2	
Santa Catarina	6	-3	
San José Iturbide	-1	-5	

- a) ¿En qué ciudad hubo la mayor diferencia de temperatura? \_\_\_\_\_
- b) ¿En qué ciudad hubo la menor diferencia de temperatura? \_\_\_\_\_
- c) ¿Qué ciudad tuvo la temperatura más alta? \_\_\_\_\_
- d) ¿Qué ciudad tuvo la temperatura más baja? \_\_\_\_\_

3. Montserrat quiere ver cuánto dinero tendrá ahorrado durante una semana. Si el domingo recibe \$ 50 y se gasta \$ 22; el martes le dan \$ 25 y se gasta \$ 30; el miércoles le dan \$ 22 y se gasta \$ 15; el jueves le dan \$ 18 y se gasta \$ 20; el viernes le dan \$ 24 y se gasta \$ 30; el sábado le dan \$ 28 y se gasta \$ 32. Representa estas operaciones con números con signo y calcula cuánto dinero tendrá Montse después de una semana.

4. Un sapo cae a un pozo de 20 metros. En un día alcanza a subir 3 metros, pero se resbala y cae 2 metros. ¿En cuántos días saldrá el sapo del pozo? Representa las operaciones con números con signo.

5. Efectúa las siguientes operaciones:

a)  $1 + 3 - 4 - 1 + 5 + 5 - 10 + 1 =$

b)  $2 + 3 - 3 - 2 + 0 - 10 + 5 - 3 + 8 =$

c)  $5 + 1 + 10 - 5 - 1 - 10 + 11 =$

6. Tenemos que  $a$  y  $b$  toman diferentes valores en cada renglón. Calcula para cada columna el resultado de las operaciones.

Valor para $a$	Valor para $b$	$a + b$	$a - b$	$b + a$	$b - a$
1	2				
-1	0				
2	-1.5				
1.5	-3				
$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$				

7. Marcos salta de una avioneta que vuela a 100 metros sobre el nivel del mar y, cuando cae, se sumerge 15 metros bajo el nivel del mar. ¿Cuántos metros descendió?

8. Las siguientes columnas indican operaciones donde la variable  $n$  toma diferentes valores. Completa los espacios en los que hace falta el resultado correcto.

$n$	$n + 1$	$n + (-3)$	$n - 1$
0			
	-2		-4
		-4	
5			4
$-\frac{1}{4}$			

9.-En la siguiente tabla, se indican operaciones para los diferentes valores asignados a las letras  $a$  y  $b$ . Encuentra los valores y completa la tabla.

	$a + b$	$ a $	$ b $	Opuesto de $a$	Opuesto de $b$	$ a + b $	Opuesto de $a + b$	$ b  + \text{el opuesto de } a$
$a = -1$ $b = 4$	3			1		3		5
$a = 0$ $b = 2$	2		2		-2			
$a = -2$ $b = 2$		2				0		
$a = -3.3$ $b = 0$			0					3.3

## Significado y uso de las literales.

### Relación funcional.

Vínculos entre representaciones de proporcionalidad directa con gráficas, tablas y expresiones algebraicas.

Para determinar si una relación es de proporcionalidad directa se puede hacer lo siguiente:

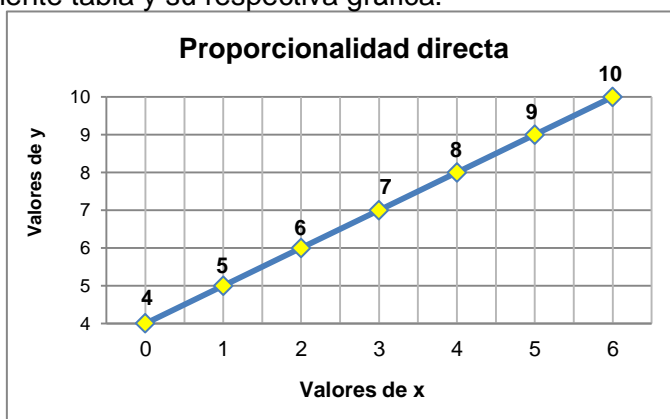
A partir de la relación, construir una tabla para encontrar algunos valores y determinar si esta tabla es de proporcionalidad directa. A partir de la tabla, construir la gráfica y determinar si los puntos están en una línea recta.

Puede suceder que distintas situaciones proporcionales tengan la misma expresión algebraica asociada.

Por ejemplo:

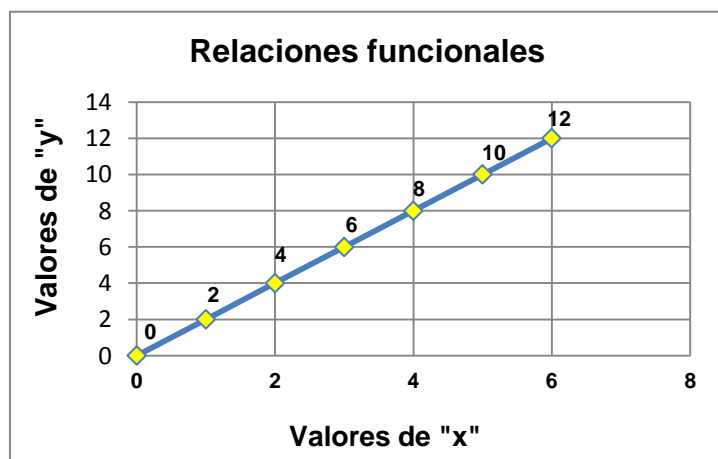
A partir de la relación  $y = x + 4$  construye la siguiente tabla y su respectiva gráfica:

Valores de "x"	Valores de "y" si $y = x + 4$
0	$y = 0 + 4 = 4$
1	$y = 1 + 4 = 5$
2	$y = 2 + 4 = 6$
3	$y = 3 + 4 = 7$
4	$y = 4 + 4 = 8$
5	$y = 5 + 4 = 9$
6	$y = 6 + 4 = 10$



Por ejemplo, a partir de la siguiente gráfica construye la expresión algebraica y su tabla:

Aquí observamos que por cada valor de "x" que se aumenta, los valores de "y" también aumentan en 2 unidades, es decir, "y" aumenta al doble de "x", por lo que la **expresión algebraica** estaría determinada por:  $y = 2x$ , donde la constante de proporcionalidad sería  $k = 2$ .



Valores de "x"	Valores de "y" si $y = 2x$
0	$y = 2(0) = 0$
1	$y = 2(1) = 2$
2	$y = 2(2) = 4$
3	$y = 2(3) = 6$
4	$y = 2(4) = 8$
5	$y = 2(5) = 10$
6	$y = 2(6) = 12$

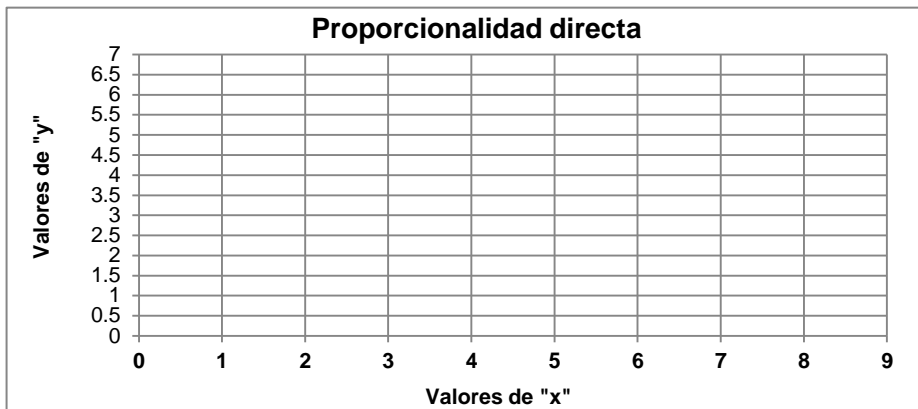
1. Dadas las siguientes relaciones, completa las tablas y construye las gráficas correspondientes:

x	$y = 3x + 1$
1	$y = 3(1) + 1 = 3 + 1 = 4$
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	



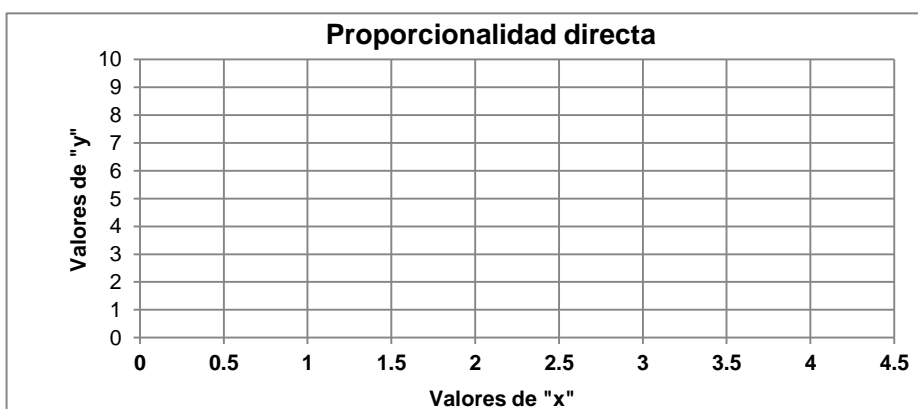
a) Al incrementar x de 1 en 1, ¿Qué ocurre con el aumento de y? \_\_\_\_\_

x	$y = 2 + 0.5x$
1	
2	
3	
4	
5	
6	
7	
8	
9	



b) Al incrementar x de 1 en 1 ¿Qué sucede con el incremento de y? \_\_\_\_\_

x	$y = 10 + 2x$
0	
0.5	
1	
1.5	
2	
2.5	
3	
3.5	
4	

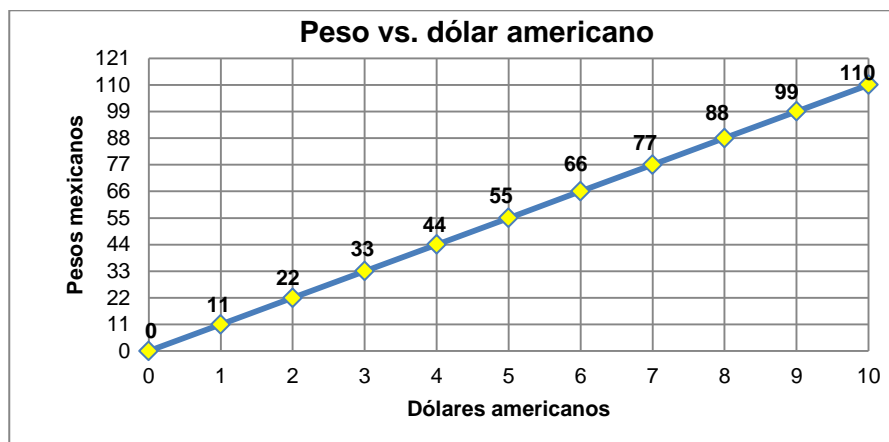


c) Al elevar x de 0.5 en 0.5, ¿Qué ocurre con el crecimiento de y? \_\_\_\_\_

d) ¿Qué característica comparten las tres tablas? \_\_\_\_\_

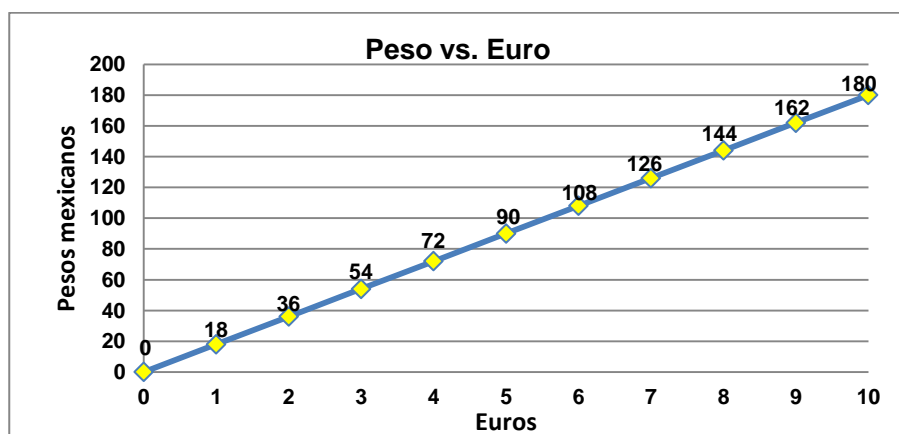
2. Dadas las siguientes gráficas, encuentra la expresión algebraica que relaciona las variables y construye la tabla:

a) Expresión algebraica:  $y =$  \_\_\_\_\_



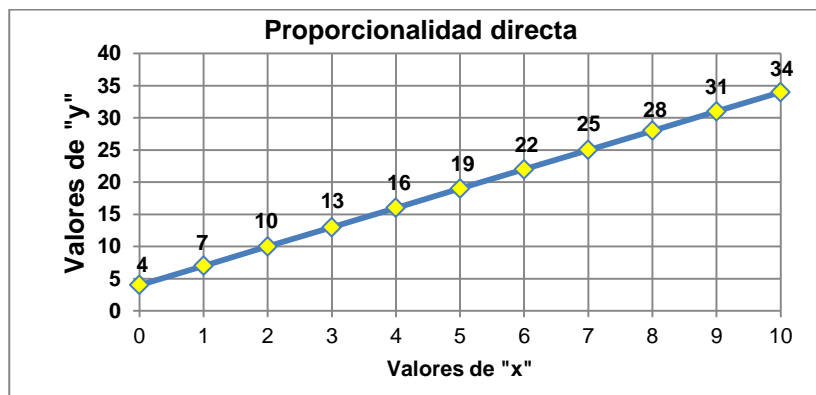
x	y =

b) Expresión algebraica:  $y =$  \_\_\_\_\_



x	y =

c) Expresión algebraica:  $y =$  \_\_\_\_\_



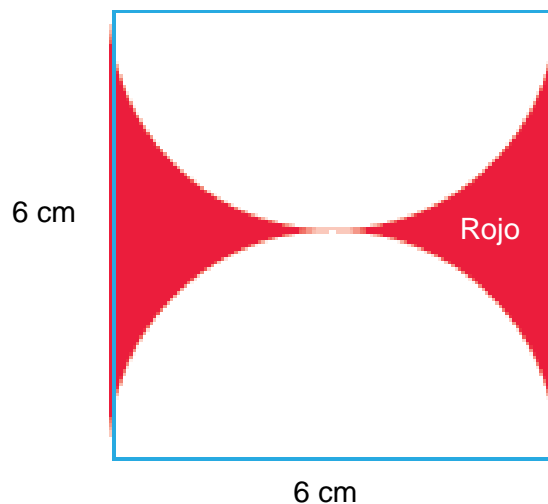
x	y =

**Forma, espacio y medida.****Medida.****Estimar, medir y calcular.**Cálculo de áreas de figuras planas.

Para calcular el área de algunas figuras, en ocasiones es necesario fijarse muy bien en ellas para notar que están formadas por la suma o resta de otras figuras.

Por ejemplo:

Para encontrar el área sombreada de rojo de la siguiente figura:



Hay que restar el área de las dos medias circunferencias (que si las juntamos hacen una sola).

La fórmula para calcular el área sombreada en este ejemplo será la siguiente:

$$\text{Área sombreada} = \text{área del cuadrado} - \text{área del círculo}$$

Se resta el área del cuadrado porque es la que tiene mayor área que la de los 2 medios círculos.

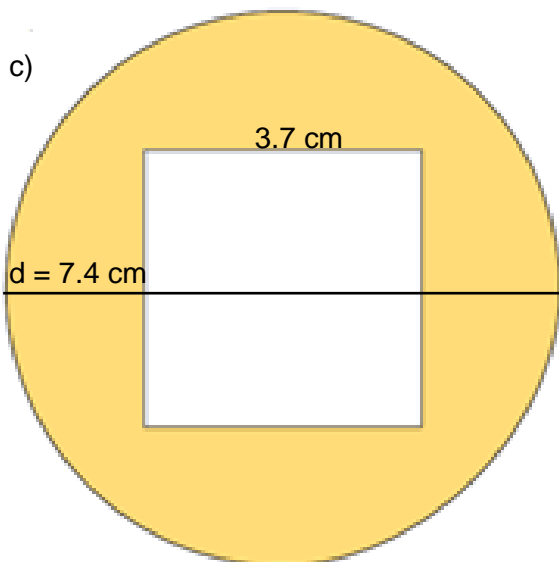
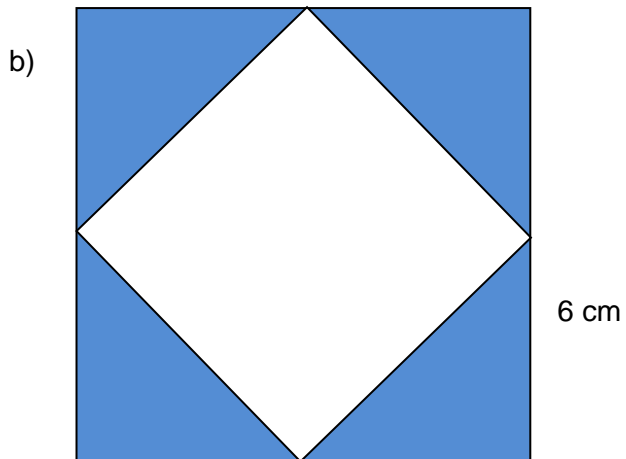
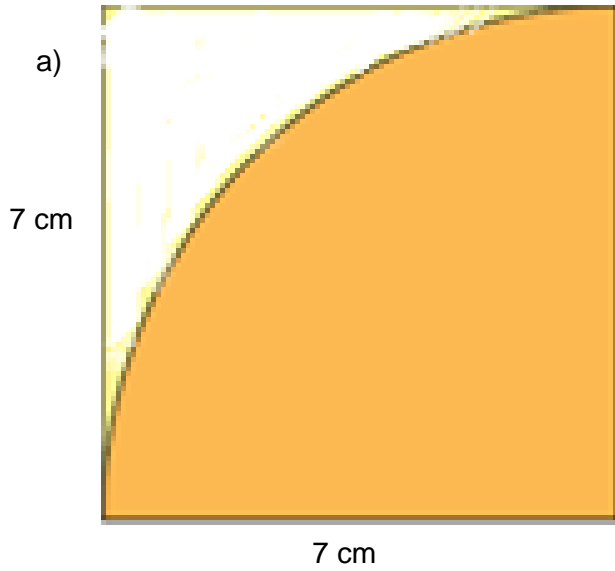
El diámetro del círculo es de 6 cm, por lo que su radio será la mitad, es decir, 3 cm.

$$\text{Área del cuadrado} = (\text{lado})^2 = (6 \text{ cm})^2 = 36 \text{ cm}^2 \quad \text{Área del círculo} = \pi r^2 = (3.14)(3 \text{ cm})^2 = 28.26 \text{ cm}^2$$

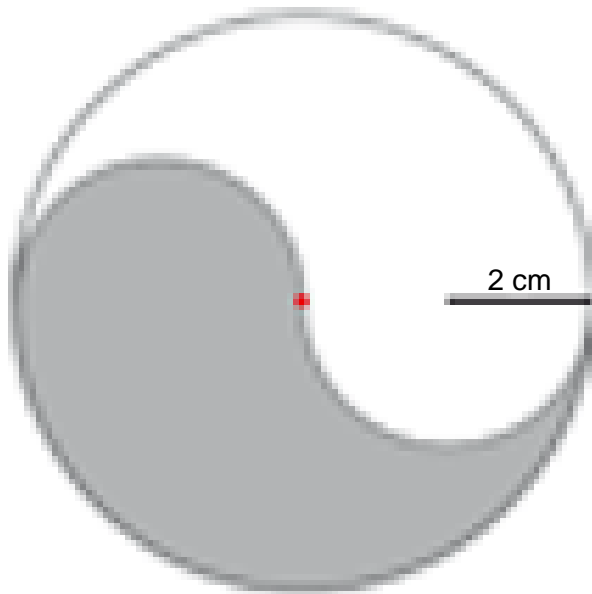
$$\text{Área sombreada} = 36 \text{ cm}^2 - 28.26 \text{ cm}^2 = 7.74 \text{ cm}^2$$

Ahora bien, no existe una fórmula general para calcular áreas cuando existen varias figuras, lo que hay que hacer es **fijarse muy bien cómo están las figuras** para saber qué operación se tendrá que realizar. Lo que sí debes tener presente y siempre a la mano son las fórmulas para calcular las áreas de las diferentes figuras geométricas.

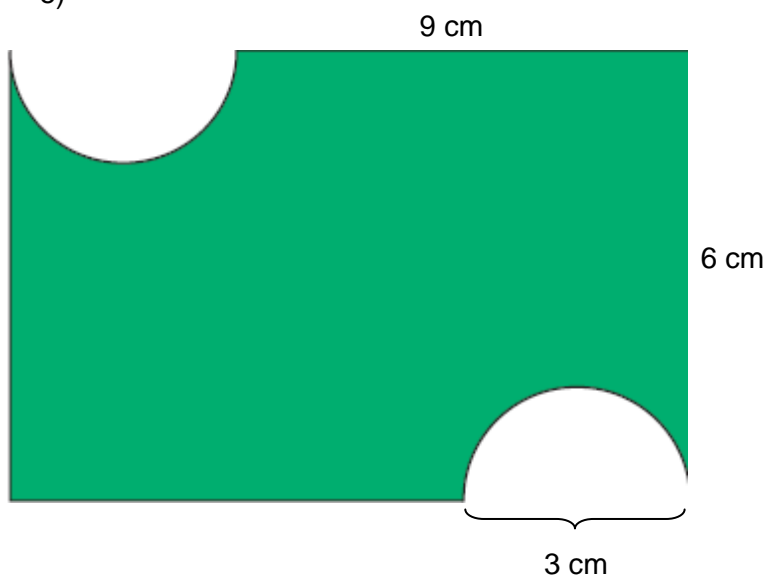
1. Calcula el área sombreada de las siguientes figuras:



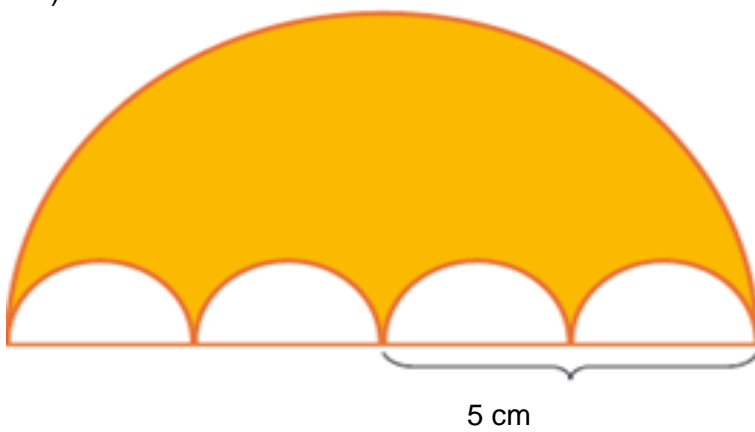
d)



e)



f)



**Manejo de la información.****Análisis de la información.****Nociones de probabilidad.**Resultados equiprobables y no equiprobables en un juego de azar.

Para determinar si un juego de azar es justo se debe establecer:

- Si en cada turno o partida todos los jugadores tienen la misma probabilidad de ganar.
- Si las probabilidades de todos los jugadores son diferentes, es justo que a quien elija el número con menor probabilidad se le dé un mayor premio para compensar.
- Reglas del juego que no favorezcan a ninguno de los jugadores.

Para poder determinar si el juego es justo, no es suficiente considerar los resultados obtenidos en las rondas y en ocasiones se requiere calcular la probabilidad clásica o teórica del evento que interviene en el juego.

Existen juegos de azar en los que las reglas con las cuales se realiza dan mayor ventaja a un resultado que a otro. Esto sucede cuando la regla del juego corresponde a un evento que tiene mayor probabilidad de suceder que otro. Si la probabilidad de un evento es mayor que la de otro, es justo asignar un mayor premio al evento de mayor probabilidad.

Por ejemplo, en el lanzamiento de un dado, la probabilidad de que salga un 1 es exactamente la misma probabilidad de que salga un 2, un 3, un 4, un 5 o un 6, es decir, la probabilidad de que salga un 1 es  $\frac{1}{6}$  porque recuerda que para calcular una probabilidad la fórmula es la siguiente:

$$\text{Probabilidad de un evento} = \frac{\text{número de casos favorables}}{\text{número total de eventos}}$$

Y en este caso, el número de casos favorables en los que puede caer cualquiera de los 6 números es 1 y existen 6 eventos posibles porque un dado tiene 6 caras.

Por lo tanto, cualquiera de los 6 eventos en un dado son **eventos equiprobables**, es decir, tienen **la misma probabilidad** de ocurrir.



Con el lanzamiento de una moneda pasa lo mismo:

La probabilidad de que salga águila es  $\frac{1}{2}$ , porque sólo puede caer una vez águila entre los 2 eventos posibles al lanzar la moneda (águila o sello), y la probabilidad de que caiga sello también es  $\frac{1}{2}$ , por lo que los eventos águila y sello son **eventos equiprobables**.



Cuando lanzamos dos dados, cambian las condiciones:

1. Completa el espacio muestral en el lanzamiento de dos dados:

Dado 1	Dado 2	Suma
1	1	
	2	
	3	$1 + 3 = 4$
	4	$1 + 4 = 5$
	5	
	6	
2	1	
	2	$2 + 2 = 4$
	3	$2 + 3 = 5$
	4	
	5	
	6	
3	1	$3 + 1 = 4$
	2	$3 + 2 = 5$
	3	
	4	
	5	
	6	
4	1	$4 + 1 = 5$
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
5	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	
6	1	
	2	
	3	
	4	
	5	
	6	

¿Serán eventos equiprobables que la suma de los dos dados sea 4 o que sea 5?

Los eventos con los que la suma nos da 4 son: 1-3, 2-2 y 3-1, contando con que el primer número es el dado 1 y el segundo número es el dado 2.

Entonces tenemos 3 resultados de los 36 posibles que conforman el espacio muestral, es decir, la probabilidad de que la suma sea 4 es:  $P(\text{suma sea 4}) = \frac{3}{36} = 0.083 \times 100 = 8.3\%$

Ahora, los eventos con los que la suma nos da 5 son: 1-4, 2-3, 3-2 y 4-1, es decir, la probabilidad de que la suma sea 5 es:  $P(\text{suma sea 5}) = \frac{4}{36} = 0.111 \times 100 = 11.1\%$ .

En base a estos resultados, podemos concluir que los eventos suma sea 4 y suma sea 5 **no son equiprobables**, porque la probabilidad de que la suma sea 5 es mayor que la suma sea 4.

## 2. Resuelve los siguientes ejercicios:

En el lanzamiento de dos dados, ¿serán equiprobables o no equiprobables los siguientes eventos? Realiza las operaciones necesarias para justificar tu respuesta.

a)  $P(\text{suma sea } 6)$  y  $P(\text{suma sea } 7)$  $P(\text{suma sea } 6) =$  $P(\text{suma sea } 7) =$ 

\_\_\_ Equiprobables \_\_\_ No equiprobables ¿Por qué? \_\_\_\_\_

b)  $P(\text{suma sea } 4)$  y  $P(\text{suma sea } 10)$  $P(\text{suma sea } 4) =$  $P(\text{suma sea } 10) =$ 

\_\_\_ Equiprobables \_\_\_ No equiprobables ¿Por qué? \_\_\_\_\_

c)  $P(\text{suma sea } 8)$  y  $P(\text{suma sea } 9)$  $P(\text{suma sea } 8) =$  $P(\text{suma sea } 9) =$ 

\_\_\_ Equiprobables \_\_\_ No equiprobables ¿Por qué? \_\_\_\_\_

d)  $P(\text{suma sea } 3)$  y  $P(\text{suma sea } 11)$  $P(\text{suma sea } 3) =$  $P(\text{suma sea } 11) =$ 

\_\_\_ Equiprobables \_\_\_ No equiprobables ¿Por qué? \_\_\_\_\_

e)  $P(\text{suma sea par})$  y  $P(\text{suma sea impar})$  $P(\text{suma sea par}) =$  $P(\text{suma sea impar}) =$ 

\_\_\_ Equiprobables \_\_\_ No equiprobables ¿Por qué? \_\_\_\_\_

f)  $P(\text{suma sea mayor que } 6)$  y  $P(\text{suma sea menor que } 8)$  $P(\text{suma sea mayor que } 6) =$  $P(\text{suma sea menor que } 8) =$ 

\_\_\_ Equiprobables \_\_\_ No equiprobables ¿Por qué? \_\_\_\_\_

3. La ruleta americana es un juego que tiene 38 compartimentos alrededor de una circunferencia. Tiene los números del 1 al 36, de los cuales la mitad están coloreados en negro y la otra mitad en rojo, alternadamente. Tiene también dos números coloreados en verde, el 0 y el 00, con los que la casa (el dueño del casino) siempre gana. Mientras la ruleta da vueltas en una dirección, se lanza una bolita en dirección opuesta a donde gira la ruleta.

Si la ruleta no está “arreglada”, ¿serán equiprobables o no equiprobables los siguientes eventos? Realiza las operaciones necesarias para justificar tu respuesta.



a)  $P$  (número rojo) y  $P$  (número negro)

$P$  (número rojo) =

$P$  (número negro) =

\_\_\_ Equiprobables \_\_\_ No equiprobables ¿Por qué? \_\_\_\_\_

b)  $P$  (número par) y  $P$  (número impar)

$P$  (número rojo) =

$P$  (número negro) =

\_\_\_ Equiprobables \_\_\_ No equiprobables ¿Por qué? \_\_\_\_\_

Si le apuestas a un número rojo, ¿tendrás más posibilidades que la casa de ganar? \_\_\_\_\_

¿Por qué? \_\_\_\_\_

¿Consideras que la ruleta es un juego justo? \_\_\_\_\_

¿Por qué? \_\_\_\_\_

¿Qué harías para que fuera un juego justo? \_\_\_\_\_

**Relaciones de proporcionalidad.****Identificar y resolver problemas de proporcionalidad inversa.**

Dos magnitudes son inversamente proporcionales cuando al aumentar una, disminuye la otra en la misma proporción. Por ejemplo, si al aumentar una cantidad al doble, la otra disminuye a la mitad, al aumentar una cantidad al triple, la otra disminuye a la tercera parte, y así sucesivamente.

**Regla de tres simple inversa**

Dadas dos magnitudes, se conocen la equivalencia entre un valor de una y el valor de la otra. Entonces para cada nuevo valor que se de a una magnitud **calculamos el valor proporcional inverso de la segunda magnitud.**

Magnitud A    Magnitud B

$$\begin{array}{l} a \longrightarrow b \\ c \longrightarrow x \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} a \\ c \end{array}} \right\} \frac{a}{c} = \frac{x}{b} \quad x = \frac{a \cdot b}{c}$$

Por ejemplo:

- En una granja avícola hay 300 gallinas que se comen un camión de grano en 20 días. Si se compran 100 gallinas más ¿En cuánto tiempo comerán la misma cantidad de grano?

Gallinas	Días		
300	→	20	$\frac{300}{400} = \frac{x}{20} \quad x = \frac{20 \times 300}{400} = \frac{600}{400}$
400	→	x	

**km/h**      **x = 15 días**

- Un coche que circula a 50 km/h. invierte 11 horas en cubrir la distancia que separa dos ciudades. Si de regreso solamente emplea 5 horas. ¿A qué velocidad circula de regreso?

Velocidad (km/h)	Tiempo (horas)		
50	→	11	$\frac{x}{50} = \frac{11}{5} \quad x = \frac{50 \times 11}{5} = \frac{550}{5}$
x	→	5	

**x = 110 km/h**

- Una cuadrilla formada por 3 obreros construye un muro de una nave industrial en 4 días. ¿Cuántos obreros debe haber en la cuadrilla para hacer el mismo trabajo en 6 días?

Obreros	Días		
3	→	4	$\frac{x}{3} = \frac{4}{6} \quad x = \frac{3 \times 4}{6} = \frac{12}{6}$
x	→	6	

**x = 2 obreros**

- 3 grifos que vierten agua de forma constante llenando un depósito en 8 horas, si usamos 12 grifos para llenar ese depósito ¿Cuánto tiempo tardarán en llenarlo?

Grifos	Tiempo (horas)		
3	→	8	$\frac{3}{12} = \frac{x}{8} \quad x = \frac{3 \times 8}{12} = \frac{24}{12}$
12	→	x	

**x = 2 horas**

1. Realiza los siguientes ejercicios planteando la regla de 3 y resolviendo con el procedimiento utilizado en los ejemplos.

a) En un establo 22 caballos consumen un camión de heno en 6 días. Si llegan 11 nuevos caballos ¿En cuántos días se comen el camión de heno?

b) Un grupo de alumnos para su viaje de estudios contrata un autobús a precio fijo. Inicialmente iban al viaje 26 alumnos siendo el precio por persona de 9 pesos. Si finalmente hacen el viaje 18 alumnos ¿Cuánto tiene que pagar cada uno?

c) Seis obreros descargan un camión en tres horas. ¿Cuánto tardarán en descargar el mismo camión cuatro obreros?

d) Cuatro palas excavadoras hacen un trabajo de movimiento de tierras en 14 días. ¿Cuánto se tardaría en hacer ese mismo trabajo si se dispusiera de 7 palas excavadoras?

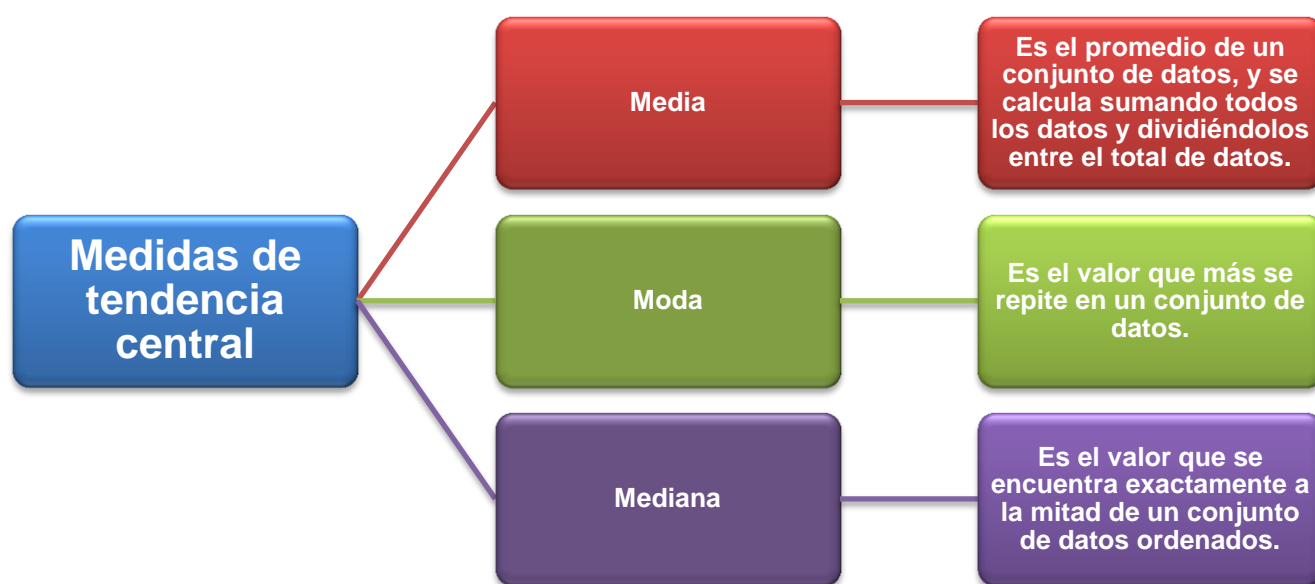
## Representación de la información.

### Medidas de tendencia central.

#### Comportamiento de conjuntos de datos a partir de las medidas de tendencia central.

Las medidas de tendencia central son indicadores estadísticos que muestran hacia qué valor (o valores) se agrupan los datos. Sirven para conocer los valores promedio de un conjunto de datos.

Las medidas de tendencia central más conocidas o utilizadas son:



Entonces La media, la moda y la mediana son medidas de tendencia central, de las cuales la más conocida es la media. Sin embargo, debe considerarse que los valores extremos la afectan muy fácilmente. Cuando en un conjunto de valores se da este caso, es conveniente considerar si la moda o la mediana son medidas que representan mejor a ese conjunto.

A menudo necesitamos un solo número para representar una serie de datos. Este único número puede ser considerado como típico de todos los datos. La palabra promedio es usada frecuentemente en nuestro lenguaje diario, normalmente nos referimos a la media aritmética, pero podría referirse a cualquiera de los promedios. Un término más preciso que promedio es una medida de tendencia central.

La moda y la media son dos medidas que representan el comportamiento de un conjunto de datos. Estas medidas son más útiles cuando el conjunto de valores es muy grande.

Media.

También es conocida como promedio aritmético y se representa con el símbolo  $\bar{X}$ .

Puede ocurrir que el valor que representa la media de un conjunto de datos no sea uno de los valores de ese conjunto. Por otra parte, es muy común que el valor de la media de un conjunto de valores enteros sea un decimal.

La fórmula para calcularla es:  $\bar{X} = \frac{\sum \text{datos}}{\text{Total de datos}}$

Donde el símbolo griego sigma  $\Sigma$  (la letra s) significa “la sumatoria” o sumar.

Vamos a remitirnos al ejemplo de la edad y el sexo de un grupo de personas que se encuentran en una reunión, donde se obtuvieron los siguientes datos:

38 (M), 8 (M), 68 (H), 17 (H), 11 (M), 33 (H), 15 (M), 45 (H), 10 (H), 57 (H), 27 (M), 23 (M), 20 (H), 45 (H), 20 (M), 25 (M), 40 (H), 8 (M), 23 (H), 49 (M), 33 (H), 27 (H), 48 (H), 10 (H), 28 (M), 31 (M), 36 (M), 5 (H), 39 (H), 45 (M), 45 (H), 23 (H), 45 (M), 8 (H), 48 (M), 20 (M), 33 (M), 22 (H), 55 (M), 33 (H), 45 (H), 40 (H), 52 (M), 15 (M), 5 (H), 65 (M), 3 (M), 15 (H), 15 (M), 8 (M).

Tenemos en total 50 personas, 25 hombres y 25 mujeres. Se separaron los hombres de las mujeres para hacer una mejor precisión.

Los datos de los hombres son:

68, 17, 33, 45, 10, 57, 20, 45, 40, 23, 33, 27, 48, 10, 5, 39, 45, 23, 8, 22, 33, 45, 40, 5, 15.

Y ordenados crecientemente son:

5, 5, 8, 10, 10, 15, 17, 20, 22, 23, 23, 27, 33, 33, 33, 39, 40, 40, 45, 45, 45, 45, 48, 57, 68.

Para poder calcular la media de estos datos sumamos cada uno de los datos y los dividimos ente el total de datos (25).

$$\bar{X} = \frac{\sum \text{datos}}{\text{Total de datos}} = \frac{756}{25} \quad \boxed{\bar{X} = 30.24 \text{ años}}$$

Por lo que podemos concluir que el promedio de edad de las personas de sexo masculino asistentes a esta reunión fue de 30.24 años. Recuerda que a esta reunión asistieron varones niños, jóvenes y adultos, por lo que había edades pequeñas (5, 5, 8, 10, 10) que corresponden a los niños, edades intermedias (15, 17, 20, 22, 23, 23) que corresponden a los jóvenes, y edades mayores (27, 33, 33, 33, 39, 40, 40, 45, 45, 45, 45, 48, 57, 68) que corresponden a los adultos.

Para las mujeres, los datos fueron:

38 (M), 8 (M), 11 (M), 15 (M), 27 (M), 23 (M), 20 (M), 25 (M), 8 (M), 49 (M), 28 (M), 31 (M), 36 (M), 45 (M), 45 (M), 48 (M), 20 (M), 33 (M), 55 (M), 52 (M), 15 (M), 65 (M), 3 (M), 15 (M), 8 (M).

Y ordenados crecientemente:

3, 8, 8, 8, 11, 15, 15, 15, 20, 20, 23, 25, 27, 28, 31, 33, 36, 38, 45, 45, 48, 49, 52, 55, 65.

Para poder calcular la media de estos datos sumamos cada uno de los datos y los dividimos ente el total de datos (25).

$$\bar{X} = \frac{\sum \text{datos}}{\text{Total de datos}} = \frac{723}{25} \quad \boxed{\bar{X} = 28.92 \text{ años}}$$

Por lo que podemos concluir que el promedio de edad de las personas de sexo masculino asistentes a esta reunión fue de 30.24 años. Recuerda que a esta reunión asistieron mujeres niñas, jóvenes y adultas, por lo que había edades pequeñas (3, 8, 8, 8, 11) que corresponden a las niñas, edades intermedias (15, 15, 15, 20, 20, 23) que corresponden a las jóvenes, y edades mayores (25, 27, 28, 31, 33, 36, 38, 45, 45, 48, 49, 52, 55, 65) que corresponden a las adultas.

1. Calcula la media aritmética o promedio de los siguientes ejercicios:

- Se hizo una encuesta a 20 personas para ver cuánto dinero gastaban cuando iban al cine. Los resultados son los siguientes: 110, 60, 80, 120, 115, 85, 50, 100, 89, 60, 70, 110, 65, 90, 105, 75, 70, 55, 95, 120.

Datos ordenados:

$$\bar{X} = \frac{\sum \text{datos}}{\text{Total de datos}} = \frac{\quad}{\quad} \quad \bar{X} = \boxed{\quad}$$

- La maestra de 1º A quiere ver cómo les fue de promedio final a sus 40 alumnos del año pasado. Las calificaciones fueron las siguientes:

7.4, 6.3, 8.2, 9.5, 8.3, 7.8, 6.3, 7.0, 7.5, 8.2, 6.7, 9.0, 8.0, 6.5, 7.4, 9.2, 8.2, 6.8, 8.3, 9.1, 7.4, 8.5, 6.9, 9.0, 7.7, 7.5, 8.1, 9.4, 7.8, 7.0, 8.3, 9.2, 8.2, 6.4, 7.2, 8.0, 6.8, 9.1, 7.4, 6.8

Datos ordenados:

$$\bar{X} = \frac{\sum \text{datos}}{\text{Total de datos}} = \frac{\quad}{\quad} \quad \bar{X} = \boxed{\quad}$$

- Se le preguntó a un grupo de 30 estudiantes la cantidad de litros de agua que consumían por semana y se obtuvieron los siguientes resultados:

47.8, 23.1, 12.4, 35.4, 44.0, 26.2, 18.6, 11.0, 32.0, 12.4, 49.4, 41.4, 18.6, 21.0, 26.3, 11.1, 21.4, 30.6, 12.8, 43.1, 18.1, 38.1, 16.8, 12.4, 33.6, 40.9, 15.2, 33.2, 48.2, 37.0.

Datos ordenados:

$$\bar{X} = \frac{\sum \text{datos}}{\text{Total de datos}} = \frac{\quad}{\quad} \quad \bar{X} = \boxed{\quad}$$

- La maestra de 1º B quiere ver cuál es el promedio de estatura en cm de sus 35 alumnos. Midió a cada uno de ellos y obtuvo las siguientes medidas de estatura en cm:

165, 152, 139, 158, 150, 152, 159, 138, 160, 162, 150, 160, 146, 154, 148, 162, 164, 158, 157, 150, 164, 170, 168, 153, 147, 155, 151, 164, 168, 156, 153, 158, 165, 162, 168

Datos ordenados:

$$\bar{X} = \frac{\sum \text{datos}}{\text{Total de datos}} = \frac{\quad}{\quad} \quad \bar{X} = \boxed{\quad}$$

Moda.

En el caso de que dos valores presenten la misma frecuencia, decimos que existe un conjunto de datos bimodal. Para más de dos modas hablaremos de un conjunto de datos multimodal.

Retomando el ejemplo de la edad y el sexo de un grupo de personas que se encuentran en una reunión, donde se obtuvieron los siguientes datos:

Los datos ordenados crecientemente de los varones son:

5, 5, 8, 10, 10, 15, 17, 20, 22, 23, 23, 27, 33, 33, 33, 39, 40, 40, **45, 45, 45, 45**, 48, 57, 68.

Aquí podemos observar que el valores que más se repite es el 45 (4 veces). Existen otros números que se repiten 3 veces (33) y 2 veces (5, 10, 23, 40), pero recuerda que la moda es el número que se repite más veces. Por lo tanto, como sólo hay una moda, se dice que este grupo de datos es unimodal.

**Moda = 45 (unimodal) se repite 4 veces**

Los datos ordenados crecientemente de las mujeres son:

3, **8, 8, 8**, 11, **15, 15, 15**, 20, 20, 23, 25, 27, 28, 31, 33, 36, 38, 45, 45, 48, 49, 52, 55, 65

Aquí podemos observar que los valores que más se repiten son el 8 y el 15 (3 veces). Existen otros números que se repiten 2 veces (20, 45), pero recuerda que la moda es el número que se repite más veces. Por lo tanto, como hay dos modas, se dice que este grupo de datos es bimodal.

**Moda = 8 y 15 (bimodal) se repiten 3 veces**

2. Calcula la moda de los siguientes ejercicios, especificando qué tipo de moda es y cuántas veces se repite (n) la (s) moda (s):

- Se hizo una encuesta a 20 personas para ver cuánto dinero gastaban cuando iban al cine. Los resultados son los siguientes: 110, 60, 80, 120, 115, 85, 50, 100, 89, 60, 70, 110, 65, 90, 105, 75, 70, 55, 95, 120.

Datos ordenados:

Moda =

- La maestra de 1º A quiere ver cómo les fue de promedio final a sus 40 alumnos del año pasado. Las calificaciones fueron las siguientes:

7.4, 6.3, 8.2, 9.5, 8.3, 7.8, 6.3, 7.0, 7.5, 8.2, 6.7, 9.0, 8.0, 6.5, 7.4, 9.2, 8.2, 6.8, 8.3, 9.1, 7.4, 8.5, 6.9, 9.0, 7.7, 7.5, 8.1, 9.4, 7.8, 7.0, 8.3, 9.2, 8.2, 6.4, 7.2, 8.0, 6.8, 9.1, 7.4, 6.8

Datos ordenados:

Moda =

- Se le preguntó a un grupo de 30 estudiantes la cantidad de litros de agua que consumían por semana y se obtuvieron los siguientes resultados:

47.8, 23.1, 12.4, 35.4, 44.0, 26.2, 18.6, 11.0, 32.0, 12.4, 49.4, 41.4, 18.6, 21.0, 26.3, 11.1, 21.4, 30.6, 12.8, 43.1, 18.1, 38.1, 16.8, 12.4, 33.6, 40.9, 15.2, 33.2, 48.2, 37.0.

Datos ordenados:

Moda =

- La maestra de 1º B quiere ver cuál es el promedio de estatura en cm de sus 35 alumnos. Midió a cada uno de ellos y obtuvo las siguientes medidas de estatura en cm:

165, 152, 139, 158, 150, 152, 159, 138, 160, 162, 150, 160, 146, 154, 148, 162, 164, 158, 157, 150, 164, 170, 168, 153, 147, 155, 151, 164, 168, 156, 153, 158, 165, 162, 168

Datos ordenados:

Moda =

### Mediana.

Recuerda que es el valor que divide una serie de datos en dos partes iguales. La cantidad de datos que queda por debajo y por arriba de la mediana son iguales. Se representa con el símbolo  $\tilde{x}$ , y para el cálculo de esta medida se pueden presentar dos casos:



Donde n es el número total de datos.

Aquí se encuentra la posición de la mediana, y se busca en los datos ordenados el número que esté en la posición resultante.

Para # de datos impar.

Retomando el ejemplo de la edad y el sexo de un grupo de personas que se encuentran en una reunión, donde se obtuvieron los siguientes datos:

Los 25 datos ordenados crecientemente de los varones son:

5, 5, 8, 10, 10, 15, 17, 20, 22, 23, 23, 27, **33**, 33, 33, 39, 40, 40, 45, 45, 45, 45, 48, 57, 68.

12 números
Mediana  
Posición 13
12 números

Como el # de datos es **impar**, la posición de la mediana se calcula de la siguiente manera:

$$\tilde{X} = \frac{n+1}{2} = \frac{25+1}{2} = \frac{26}{2} \quad \text{posición de la mediana} = \text{lugar } 13$$

Como sabemos que arriba del lugar 13 hay 12 números y abajo del lugar 13 hay 12 números, buscamos el número que está en la posición 13, que es 33.

Por lo tanto,  **$\tilde{X} = 33$**

Para # de datos par.

Retomamos el ejemplo de la encuesta a 20 personas para ver cuánto dinero gastaban cuando iban al cine. Los resultados son los siguientes: 110, 60, 80, 120, 115, 85, 50, 100, 89, 60, 70, 110, 65, 90, 105, 75, 70, 55, 95, 120.

Los datos ordenados crecientemente son:

50, 55, 60, 60, 65, 70, 70, 75, 80, **85, 89**, 90, 95, 100, 105, 110, 110, 115, 120, 120

9 números
Mediana  
Posiciones 10 y 11
9 números

Como el # de datos es **par**, la posición de la mediana se calcula de la siguiente manera:

$$\tilde{X} = \frac{\frac{n}{2} + \text{sig.posición}}{2} = \frac{\frac{20}{2} + \text{sig.posición}}{2} = \frac{\text{posición } (10 + 11)}{2}$$

Buscamos los números que están en las posiciones 10 y 11, que son el 85 y el 89, los sumamos y los dividimos entre 2:

$$\tilde{X} = \frac{85 + 89}{2} = \frac{174}{2}$$

Quedaron 9 números arriba del lugar 10 y 10 números abajo del lugar 11, y la mediana es:

**$\tilde{X} = 87$**

3. Calcula la mediana para los siguientes ejercicios:

- Los datos de las mujeres asistentes a una reunión son los siguientes:

38 (M), 8 (M), 11 (M), 15 (M), 27 (M), 23 (M), 20 (M), 25 (M), 8 (M), 49 (M), 28 (M), 31 (M), 36 (M), 45 (M), 45 (M), 48 (M), 20 (M), 33 (M), 55 (M), 52 (M), 15 (M), 65 (M), 3 (M), 15 (M), 8 (M).

Datos ordenados:

Cálculo de la mediana:

- La maestra de 1º A quiere ver cómo les fue de promedio final a sus 40 alumnos del año pasado.

Las calificaciones fueron las siguientes:

7.4, 6.3, 8.2, 9.5, 8.3, 7.8, 6.3, 7.0, 7.5, 8.2, 6.7, 9.0, 8.0, 6.5, 7.4, 9.2, 8.2, 6.8, 8.3, 9.1, 7.4, 8.5, 6.9, 9.0, 7.7, 7.5, 8.1, 9.4, 7.8, 7.0, 8.3, 9.2, 8.2, 6.4, 7.2, 8.0, 6.8, 9.1, 7.4, 6.8

Datos ordenados:

Cálculo de la mediana:

- Se le preguntó a un grupo de 30 estudiantes la cantidad de litros de agua que consumían por semana y se obtuvieron los siguientes resultados:

47.8, 23.1, 12.4, 35.4, 44.0, 26.2, 18.6, 11.0, 32.0, 12.4, 49.4, 41.4, 18.6, 21.0, 26.3, 11.1, 21.4, 30.6, 12.8, 43.1, 18.1, 38.1, 16.8, 12.4, 33.6, 40.9, 15.2, 33.2, 48.2, 37.0.

Datos ordenados:

Cálculo de la mediana:

- La maestra de 1º B quiere ver cuál es el promedio de estatura en cm de sus 35 alumnos. Midió a cada uno de ellos y obtuvo las siguientes medidas de estatura en cm:

165, 152, 139, 158, 150, 152, 159, 138, 160, 162, 150, 160, 146, 154, 148, 162, 164, 158, 157, 150, 164, 170, 168, 153, 147, 155, 151, 164, 168, 156, 153, 158, 165, 162, 168

Datos ordenados:

Cálculo de la mediana:

**Autoevaluación Bloque 5.**

Lee detenidamente cada situación, y en cada una de ellas tendrás 4 opciones. Realiza las operaciones en una hoja. Subraya con rojo la opción que creas correcta.



1. Un buzo está a 10 metros bajo el nivel del mar. Desciende 7 metros y luego sube 5 metros. ¿A qué profundidad (nivel del mar) está al final?

a)  $-12\text{m}$                       b)  $-17\text{m}$                       c)  $-22\text{m}$                       d)  $-10\text{m}$

2. Identifica los resultados de las siguientes 3 operaciones:

$(+9) - (-15) =$                        $(-1.20) + (-1.03) =$                        $\left(\frac{1}{4}\right) - \left(\frac{1}{9}\right)$   
 a)  $6, -0.17, \frac{5}{36}$                       b)  $24, -2.23, \frac{13}{36}$                       c)  $-6, 2.23, -\frac{13}{36}$                       d)  $-24, 0.17, -\frac{5}{36}$

3. Si por la madrugada la temperatura mínima registrada fue de  $-10^\circ\text{C}$  y al amanecer y durante el día la temperatura presentó un aumento de  $28^\circ\text{C}$  hasta el medio día, ¿Cuál fue la temperatura al medio día?

a)  $-38^\circ\text{C}$                       b)  $-28^\circ\text{C}$                       c)  $18^\circ\text{C}$                       d)  $38^\circ\text{C}$

4. ¿Qué expresión fue utilizada para llenar la siguiente tabla?

x	y
10	54
12	64
13	69

a)  $y = 4x + 14$                       b)  $y = 3x + 24$                       c)  $y = 5x + 4$                       d)  $y = 7x - 16$

5. ¿Qué expresión fue utilizada para llenar la siguiente tabla?

x	y
3	7.5
10	25
12	30

a)  $y = x + 45$                       b)  $y = 2.5x$                       c)  $y = 2x + 1.5$                       d)  $y = 2x + 5$

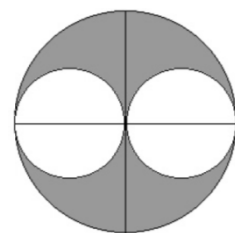
6. En la siguiente tabla se muestran los precios de helado sencillo. ¿Cuál es la expresión que ayuda a calcular el precio de "n" número de helados si por cada helado se cobra además \$ 1.5 por ponerlo en un vasito?

# de helados	Precio
3	\$ 31.5
5	\$ 52.5
7	\$ 73.5
10	\$ 105

a)  $y = 8n + 1.5$                       b)  $y = 9n + 1.5$                       c)  $y = 10n + 2$                       d)  $y = 10n + 0.5$

7. Don Juan quiere construir un jardín circular de 3 metros de radio, pero quiere dos círculos dentro del jardín para usarlos como lugar de fiestas. Calcula el área de la parte sombreada que será de jardín. Considera el valor de  $\pi = 3.14$ .

- a)  $113.10 \text{ m}^2$       b)  $106.30 \text{ m}^2$       c)  $98.96 \text{ m}^2$       d)  $14.13 \text{ m}^2$



8. En el centro de un jardín cuadrado de 150 m de lado hay una piscina circular, de 25 m de diámetro. Calcula el área del jardín.

- a)  $21\,537.5 \text{ m}^2$       b)  $20\,537.5 \text{ m}^2$       c)  $22\,537.5 \text{ m}^2$       d)  $19\,537.5 \text{ m}^2$

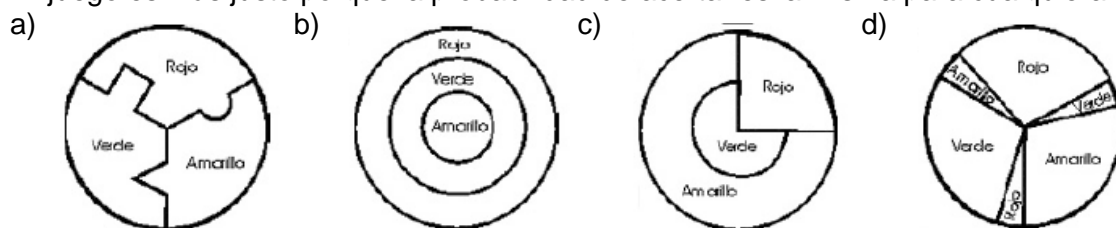


9. Una zona boscosa tiene forma de trapecio, cuyas bases miden 128 m y 92 m. La anchura de la zona mide 40 m. Se construye un paseo de 4 m de ancho perpendicular a las dos bases. Calcula el área de la zona arbolada que queda.

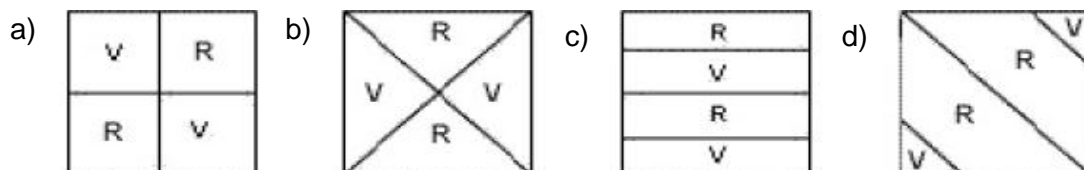
- a)  $4\,240 \text{ m}^2$       b)  $4\,260 \text{ m}^2$       c)  $4\,250 \text{ m}^2$       d)  $4\,230 \text{ m}^2$



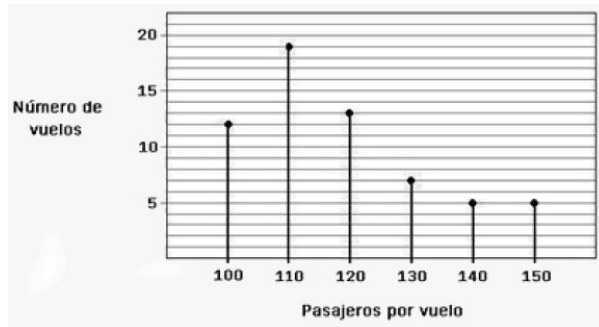
10. A continuación se muestran cuatro diseños de "tiro al blanco" de tres colores. ¿En cuál de ellos el juego es más justo porque la probabilidad de acertar es la misma para cualquiera de los 3 colores?



11. Dos amigos juegan a lanzar una moneda sobre los siguientes tableros. Juan gana si cae en rojo (R) y José gana si cae en verde. ¿En cuál tablero la probabilidad de ganar es la misma para ambos amigos?



12. Un auto que circula a 100 kilómetros por hora cubre una distancia entre dos ciudades en 8 horas. Si de regreso sólo emplea 6 horas para el mismo recorrido, ¿a qué velocidad viajó de regreso?
- a) 75 km/h                      b) 120 km/h                      c) 133.33 km/h                      d) 150 km/h
13. En una fábrica de tornillos se sabe que para cubrir un pedido en 20 días se necesitan 3 empleados que trabajen tiempo completo. ¿Cuántos empleados necesitarán para cubrir el mismo pedido en 6 días?
- a) 2 empleados                      b) 10 empleados                      c) 18 empleados                      d) 40 empleados
14. Observa la siguiente gráfica y determina la moda de pasajeros por vuelo.



- a) 100 pasajeros                      b) 110 pasajeros                      c) 120 pasajeros                      d) 140 pasajeros
15. Observe la siguiente tabla donde se muestran las ventas en miles de pesos de una compañía cada mes durante 2008. Determina el promedio y la mediana de las ventas anuales.

Mes	Venta (miles de \$)
Enero	35
Febrero	15
Marzo	21
Abril	14
Mayo	15
Junio	30
Julio	24
Agosto	16
Septiembre	25
Octubre	30
Noviembre	25
Diciembre	35

- a)  $\bar{x} = 24$ ,  $\tilde{x} = 25$                       b)  $\bar{x} = 24.75$ ,  $\tilde{x} = 24.5$
- c)  $\bar{x} = 24.75$ ,  $\tilde{x} = 24$                       d)  $\bar{x} = 24$ ,  $\tilde{x} = 24.5$

## Referencias

### **Bibliográficas**

Polya, G. *Cómo plantear y resolver problemas*. México, D.F. Trillas. 1965. 216pp.

Wentworth, Jorge y David Eugenio Smith. *Geometría plana y del espacio*. México, D.F. Porrúa 19ª ed. 1995. 469pp.

Secretaría de Educación Pública (2009). *Plan y programa de estudios 2009. Educación básica. Primer grado. Secundaria*. México.

Secretaría de Educación Pública (2007). *Matemáticas I, Libro para el maestro, Telesecundaria*. México.

### **Digitales**

[http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales\\_didacticos/Ecuacion\\_de\\_primer\\_grado/index.htm](http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/Ecuacion_de_primer_grado/index.htm)

<http://www.disfrutalasmatematicas.com/geometria/circulos.html>

Secretaría de Educación Pública (2010). *Generador de exámenes tipo ENLACE*. Recuperado en julio de 2011.

Secretaría de Educación Pública (2007). *Matemáticas I, Libro para el maestro, Telesecundaria*. México. Recuperado en julio de 2011.

Buscador de imágenes de Google. Recuperado en julio de 2011.  
<http://google.com.mx>

Usa el coco. Recuperado en julio de 2011.  
<http://usaelcoco.com>

The Math Worksheet Site.com. Recuperado en julio de 2011.  
<http://themathworksheetsite.com>

Mamut matemáticas. Recuperado en julio de 2011.  
<http://www.mamutmatematicas.com/ejercicios>