

Desarrollo de Habilidades **Comunicativas y Matemáticas**

Secundaria

1er. Grado



Desarrollo de habilidades comunicativas y matemáticas. Cuadernillo de apoyo 2013. Primer grado de secundaria fue desarrollado por la Dirección de Medios y Métodos Educativos, de la Dirección General para la Pertinencia y la Corresponsabilidad de la Educación, Secretaría de Educación de Guanajuato.

Primera edición, 2013

Secretaría de Educación de Guanajuato, 2013
Conjunto Administrativo Pozuelos s/n, Centro,
36000, Guanajuato, Gto.

Impreso en México
Distribución Gratuita – Prohibida su venta

Presentación

A las maestras y maestros:

La evaluación es un proceso necesario para identificar los aprendizajes que las alumnas y los alumnos han adquirido satisfactoriamente y aquellos que deberán ser reforzados.

Año con año, la Secretaría de Educación Pública aplica la prueba ENLACE a todas las primarias y secundarias del país, para tener información sobre el logro académico de los alumnos.



En este contexto, ***Desarrollo de habilidades comunicativas y matemáticas. Cuadernillo de apoyo 2013. Primer grado de secundaria*** es un material que tiene como propósito ofrecerles una herramienta de apoyo que les permita guiar a sus alumnos en la preparación para la prueba ENLACE 2012, a través de una serie de actividades elaboradas con base en los programas de estudio de español y matemáticas para fortalecer los temas clave determinados a partir de los resultados de la prueba ENLACE 2012.

Los invitamos a que aprovechen este recurso y que apoyen a sus alumnos en el uso del mismo, de modo que les pueda servir como una herramienta de fortalecimiento y mejora. Para ello, les sugerimos atender las ***Orientaciones metodológicas*** que se encuentran en este cuadernillo.

Estamos seguros de que con su compromiso y colaboración continuaremos trabajando para hacer de Guanajuato un estado de acciones encaminadas a mejorar la calidad de la educación.

A las alumnas y alumnos:



La evaluación es un elemento necesario en tu proceso de aprendizaje, ya que mediante ella te es posible detectar cuáles son los temas y contenidos que dominas y aquellos que necesitas fortalecer.

La prueba ENLACE, que año con año se aplica a todas las primarias y secundarias del país, tiene la finalidad de evaluar tus conocimientos en el área de español, matemáticas y una tercera asignatura, y ofrecerte un diagnóstico individual sobre los conocimientos y habilidades en los temas evaluados.

Durante este ciclo escolar, la Secretaría de Educación de Guanajuato pone a tu disposición el material ***Desarrollo de habilidades comunicativas y matemáticas. Cuadernillo de apoyo 2013. Primer grado de secundaria***, el cual fue elaborado con el propósito de servirte como una herramienta de preparación para mejorar el logro académico. Este cuadernillo contiene una serie de actividades elaboradas con base en los programas de estudio de español y matemáticas para fortalecer los temas clave determinados a partir de los resultados de la prueba ENLACE 2012.

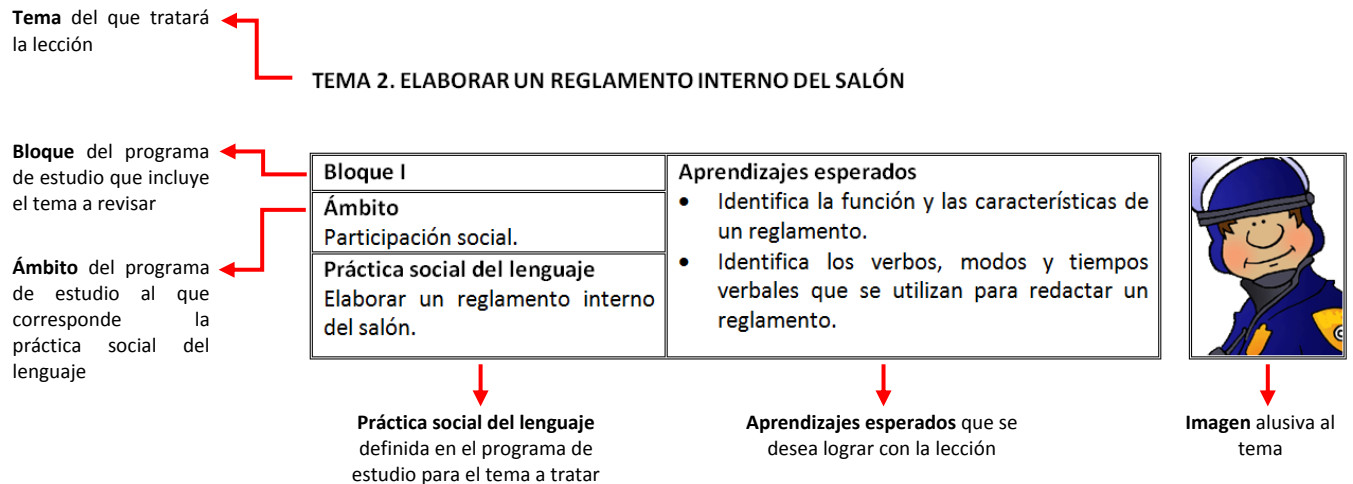
Es importante que para realizar el trabajo que te propone este cuadernillo, te apoyes en tu maestro de la asignatura de matemáticas, ya que él te podrá orientar en el uso del mismo.

Recuerda que la evaluación es un complemento de tu aprendizaje, por lo que te invitamos a considerar este proceso como una oportunidad para analizar tu desempeño escolar.

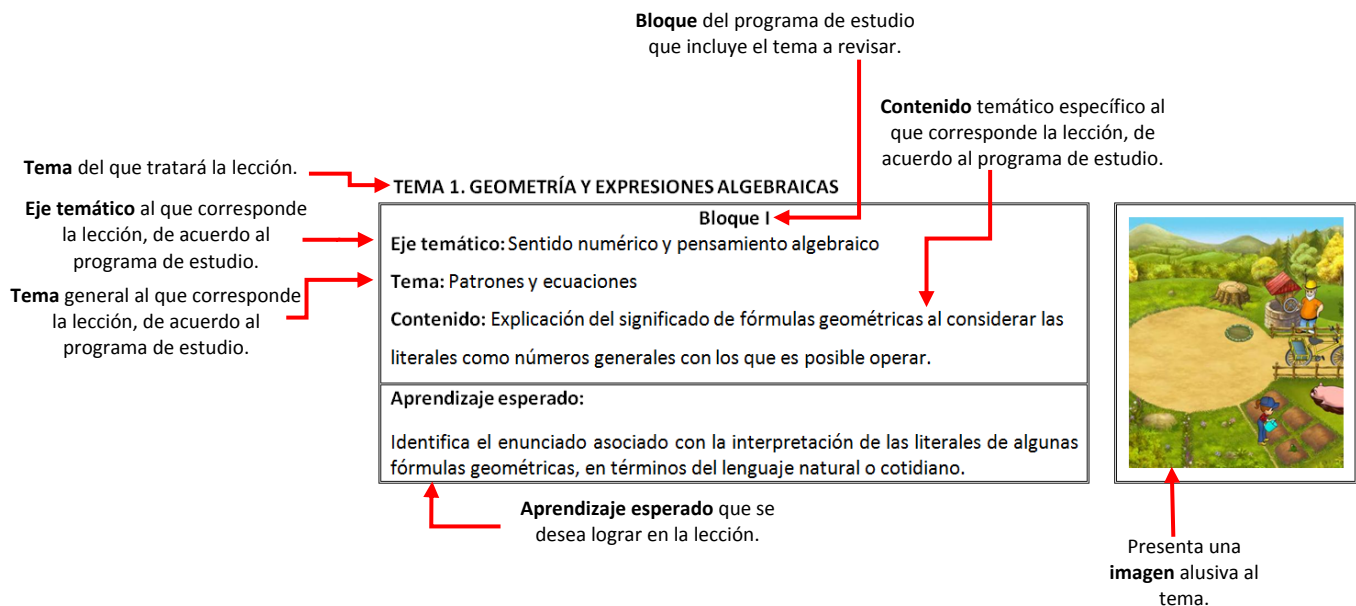
¿Cómo está organizado el cuadernillo de apoyo?

El cuadernillo se divide en dos secciones, una para español y otra para matemáticas. Cada sección se organiza por temas, cada uno de los cuales iniciará con una tabla de identificación como las que se muestran a continuación.

Para un tema de la **sección de habilidades comunicativas**:



Para un tema de la **sección de habilidades matemáticas**:



Cada tema incluye cuatro secciones que se describen a continuación:

Introducción

.....► Consiste en el planteamiento general del tema que se va a trabajar. Esta sección incluye una situación cotidiana que permite retomar los conocimientos previos sobre el tema.

Desarrollo

.....► Constituye la parte más amplia del tema, ya que contiene la presentación de contenidos y actividades que permiten fortalecer los aprendizajes que serán evaluados.

Cierre

.....► Incluye una breve descripción de los contenidos retomados en la lección. También contiene sitios de interés que se pueden consultar para ampliar los conocimientos sobre el tema.

Evaluación

.....► En esta sección se deberá resolver una evaluación sobre los contenidos retomados en la lección. Es importante que se utilice la ***Hoja de respuestas*** que se encuentra al inicio de cada sección del cuadernillo, ya que es necesario practicar el llenado de los círculos que presenta la prueba tipo ENLACE.

Orientaciones metodológicas

Este cuadernillo ha sido diseñado con la finalidad de que los alumnos procesen la información y desarrollen los ejercicios, actividades y evaluaciones contenidas en cada uno de los temas, de manera individual, empleando tiempo extra clase. Sin embargo, serán de gran apoyo las orientaciones y retroalimentaciones que puedan obtener de la maestra o maestro que les imparte la asignatura de español y/o matemáticas.

En este sentido, se solicita a las maestras y los maestros que atiendan a las siguientes orientaciones metodológicas, para apoyar muy comprometidamente a sus alumnos, de modo que este recurso didáctico les pueda servir como una herramienta de fortalecimiento y mejora.

- ❖ En un primer momento, acompañar a los alumnos en la lectura de la presentación y organización del cuadernillo. Identificar y comentar con ellos las temas específicos que han sido desarrollados. Esto se puede hacer de manera grupal en un espacio de clase no mayor a 10 minutos.

- ❖ Previo al estudio de un tema:

Presentar la situación planteada en la introducción. Esto con la intención de generar una activación cognitiva en los alumnos en relación con la temática a estudiar.

Orientar la atención de los alumnos sobre los aspectos del tema en los que deberán poner especial cuidado al momento de procesar la información y realizar los ejercicios, actividades y evaluaciones planteadas.

Se recomienda que esto se realice al finalizar una clase, en un lapso no mayor a 7 minutos.

- ❖ Posterior al estudio de un tema:

Retroalimentar el aprendizaje de los alumnos mediante una actividad grupal en la que hagan una recapitulación breve sobre el desarrollo de las actividades y las soluciones de la evaluación. Esto con la intención de socializar el aprendizaje individual de los alumnos y resolver las dudas que se presenten.

Se recomienda que esto se realice al finalizar una clase, en un lapso no mayor a 12 minutos.

Esperamos que estas orientaciones sean de utilidad para lograr el fortalecimiento de los temas clave que contiene el cuadernillo y generar la adquisición de los aprendizajes esperados en los alumnos.

CONTENIDO

SECCIÓN DE HABILIDADES COMUNICATIVAS

TEMA 1. ELABORAR FICHAS DE TRABAJO PARA ANALIZAR INFORMACIÓN SOBRE UN TEMA.....	1
TEMA 2. ELABORAR UN REGLAMENTO INTERNO DEL SALÓN	9
TEMA 3. INTEGRAR INFORMACIÓN EN UNA MONOGRAFÍA PARA SU CONSULTA	15
TEMA 4. LEER Y ESCRIBIR POEMAS TOMANDO COMO REFERENTE LOS MOVIMIENTOS DE VANGUARDIA	23
TEMA 5. ESCRIBIR UN CUENTO DE CIENCIA FICCIÓN PARA COMPARTIR	31
SECCIÓN DE RESPUESTAS.....	35

SECCIÓN DE HABILIDADES MATEMÁTICAS

TEMA 1. GEOMETRÍA Y EXPRESIONES ALGEBRAICAS.....	37
TEMA 2. RECTAS Y PUNTOS NOTABLES DEL TRIÁNGULO	45
TEMA 3: DISTRIBUCIÓN DE FRECUENCIAS	51
TEMA 4: NÚMEROS CON SIGNO.....	58
TEMA 5. POTENCIAS Y RAIZ CUADRADA.....	63
TEMA 6. SUCESIONES DE NÚMEROS ENTEROS	69
TEMA 7. CÍRCULO Y CIRCUNFERENCIA.....	75
TEMA 8. PROPORCIONALIDAD MÚLTIPLE.....	82
RESPUESTAS DE LAS ACTIVIDADES	88
RESPUESTAS DE LAS EVALUACIONES.....	89

**SECCIÓN DE
HABILIDADES
COMUNICATIVAS**



HOJA DE RESPUESTAS HABILIDADES COMUNICATIVAS	
Nombre	
Grado	
Grupo	

Instrucciones. Contesta las preguntas de la evaluación de cada tema presentado, rellenando con lápiz el círculo que corresponde a la respuesta correcta.

TEMA 1

No.	A	B	C	D
1.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
5.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

TEMA 4

No.	A	B	C	D
1.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
5.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

TEMA 2

No.	A	B	C	D
1.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
5.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

TEMA 5

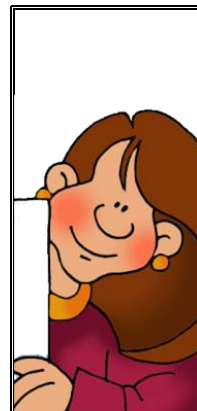
No.	A	B	C	D
1.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
5.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

TEMA 3

No.	A	B	C	D
1.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
5.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

TEMA 1. ELABORAR FICHAS DE TRABAJO PARA ANALIZAR INFORMACIÓN SOBRE UN TEMA

Bloque I	Aprendizajes esperados
Ámbito Estudio.	<ul style="list-style-type: none"> • Identifica la función y características de las fichas de trabajo. • Reconoce la diferencia entre paráfrasis y cita textual. • Identifica la forma para sintetizar el contenido de una fuente consultada. • Identifica los elementos de las referencias bibliográficas. • Identifica los elementos de las fichas bibliográficas.
Práctica social del lenguaje Elaborar fichas de trabajo para analizar información sobre un tema.	

**Introducción**

Al momento de realizar una investigación es necesario que, como primer paso, identifiques lo que sabes sobre el tema y que con base en ello elabores una lista de preguntas que te permitan buscar información para ampliar tu conocimiento sobre dicho tema. Como segundo paso, debes consultar distintas fuentes impresas y electrónicas y seleccionar aquellas que consideres pertinentes para el tema que se está investigando. Posteriormente, debes leer e interpretar los diversos textos consultados, elaborando resúmenes y síntesis que te permitan ordenar la información. Finalmente, tienes que elegir los medios por los que difundirás los resultados de tu investigación: carteles informativos, folletos, trípticos, entre otros.

Imagina que la profesora de español les dejó realizar una investigación sobre *El uso de las redes sociales en México*. ¿Qué preguntas plantearías para iniciar la búsqueda de información?



1. _____

2. _____

3. _____

Desarrollo

Una vez que has planteado las preguntas para tu investigación, es necesario que consultes y selecciones las fuentes impresas y electrónicas que te permitan obtener información sólida sobre el tema que estás investigando.

Es importante que consideres la consulta de fuentes **pertinentes**, es decir, que vengan a propósito con el tema que se está investigando, y que **presenten información sólida**, es decir, información verdadera, válida, relevante y suficiente.

Una forma muy práctica para organizar la información y registrar las fuentes consultadas al momento de realizar una investigación es a través del uso de **fichas de trabajo**.

Fichas de trabajo

Las fichas de trabajo son tarjetas que sirven para organizar y registrar la información consultada. Generalmente tienen un tamaño de media cuartilla, es decir, de 21.5 x 14 cm.

Las fichas de trabajo se pueden dividir en:

Fichas de resumen o síntesis. Resumen o sintetizan la información de la fuente consultada, es decir, reducen la información conservando las ideas más importantes.

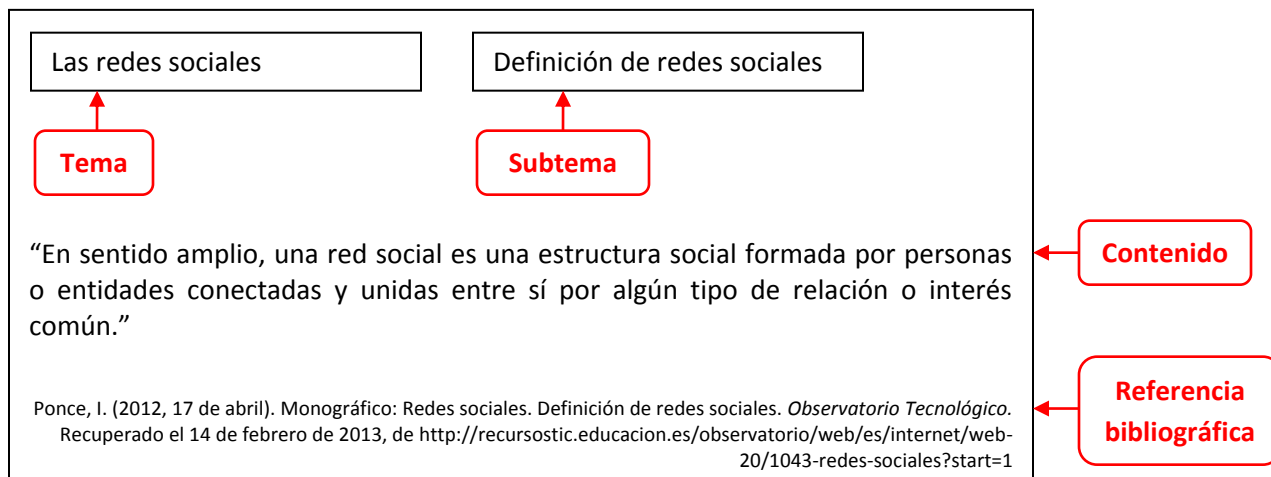
Fichas de paráfrasis. Presentan el contenido de una fuente consultada a través de un texto que expresa lo consultado con las propias palabras de quien elabora la ficha.

Fichas de cita textual. Presentan el contenido de una fuente consultada a través de la transcripción de fragmentos del texto.



La paráfrasis se basa en la explicación o interpretación de un texto, mientras que la cita textual se basa en la transcripción de un texto, es decir, en su copia o reproducción. Para diferenciar una cita textual de una paráfrasis se puede considerar lo siguiente: en la cita textual el texto se pone entre comillas (") y dentro de la referencia bibliográfica se incluye el número de página, siempre y cuando se trate de un documento impreso.

Partes de la ficha de trabajo



Citas y referencias bibliográficas

Una cita consiste en una idea retomada de forma textual o a manera de paráfrasis de una fuente consultada. La referencia bibliográfica presenta los datos que permiten la identificación de la fuente consultada.

Los elementos que conforman las referencias bibliográficas de algunas de las fuentes más consultadas son los siguientes:

Fuente consultada	Referencia bibliográfica
Libro	<p>Apellido del autor(es), Inicial del nombre(s). (Año de publicación). Título del libro. (Edición). Editorial, página (en caso de tratarse de una cita textual).</p> <p>Ejemplo: Aced, C. (2011). Redes sociales en una semana. Gestión 2000, p. 25.</p>
Artículo de periódico	<p>Apellido del autor(es), Inicial del nombre(s). (Fecha de publicación). Título del artículo. Título del periódico, página (en caso de tratarse de una cita textual).</p> <p>Ejemplo: Castro, A. (2012, 15 de noviembre). Acosan a adolescentes en redes sociales. Notitas del Bajío, p. 6.</p>
Documento de Internet	<p>Apellido del autor(es), Inicial del nombre(s). (Fecha o año de publicación). Título del documento. Recuperado el día, mes, año, de URL de la fuente.</p> <p>Ejemplo: Morduchowicz, R., Marcon, A., Sylvestre, V. y Ballestrini, F. (2010). Los adolescentes y las redes sociales. Recuperado el 15 de febrero de 2013, de www.me.gov.ar/escuelaymedios/material/redes.pdf</p>

Artículo de periódico electrónico	<p>Apellido del autor(es), Inicial del nombre(s). Título del artículo. Título del periódico. Recuperado el día, mes, año, de URL de la fuente.</p> <p>Ejemplo: Herrera, C. (2013, 13 de febrero). El ciberespacio sedujo al fin a mayores de 50 años. La Jornada. Recuperado el 14 de febrero de 2013, de http://www.jornada.unam.mx/ultimas/2013/02/13/8312347-el-ciberespacio-sedujo-al-fin-a-mayores-de-50-anos</p>
-----------------------------------	--

Uno de tus compañeros, al estar navegando en Internet, encontró una nota muy interesante sobre el tema que están investigando y la profesora les pidió que elaboraran una síntesis de la información consultada y, a partir de ello, elaboraran una ficha de trabajo.

El uso de las redes sociales en México

Por: Guadalupe Madrigal | Fuente: Noticieros Televisa | 2011-09-21

Según un estudio, seis de cada 10 internautas mexicanos es usuario de alguna red social; la mayoría prefiere Facebook, Youtube y Twitter.

CIUDAD DE MÉXICO, México, sep. 21, 2011.- En México, hay alrededor de 35 millones de usuarios de internet, según un estudio dado a conocer por la Asociación Mexicana de Internet (AMIPCI).

Los 10 estados en donde se concentra el mayor número de usuarios son: el Estado de México, el Distrito Federal, Jalisco, Veracruz, Nuevo León, Puebla, Baja California, Guanajuato, Chihuahua y Tamaulipas.

El 51 por ciento de los usuarios de internet en México son hombres y el 49 por ciento son mujeres. El mayor número de usuarios tiene entre 12 y 25 años de edad. El nivel socioeconómico de la mayoría es medio-bajo y medio-alto.

El estudio realizado por la Asociación Mexicana de Internet entre mil 149 entrevistados del país, arrojó que seis de cada 10 internautas mexicanos es usuario de redes sociales.

El 60 por ciento de los usuarios accede a las redes sociales diario, 28 por ciento dos o tres veces por semana, 7 por ciento cada semana, 3 por ciento cada quince días, 2 por ciento cada mes y seis de cada internauta mexicano se conectan o acceden diariamente a alguna red social.

Las redes sociales más usadas en México son Facebook, Youtube y Twitter.

El vicepresidente de la Asociación Mexicana de Internet, Renato Juárez, informó: "El 86% de los internautas mexicanos visitan al menos un sitio de entretenimiento al mes y dedican 3.4 horas semanales en este tema".

Los mexicanos usan las redes sociales principalmente para comunicarse con familiares y amigos, para el seguimiento sobre las últimas noticias y para conocer otras personas.

"A nivel mundial las visitas a las redes sociales significaron un incremento del 22 por ciento, siendo las tres principales redes sociales: Facebook, Twitter y Windows Live Profile, agregó el vicepresidente de la Asociación Mexicana de Internet.

Cuatro de cada 10 internautas en México están de acuerdo con la publicidad dentro de las redes sociales, al 17 por ciento le disgusta.

Cuatro de cada 10 internautas han visto publicidad respecto a política dentro de las redes sociales.

De acuerdo con los especialistas, no todo lo que se publica en las redes sociales es seguro y verídico, por lo que recomiendan tomar precauciones con la información que se ahí se maneja.

Recuperado el día 3 de marzo de 2012 de <http://noticierostelevisa.esmas.com/especiales/336668/el-uso-redes-sociales-mexico>



Las declaraciones que hacen los personajes involucrados en una noticia corresponden a citas textuales, por lo que se colocan entre comillas.



Escribe aquí tu síntesis de la nota informativa *El uso de las redes sociales en México*.

La síntesis es la composición de algo a partir del análisis de sus partes. Para realizar una síntesis de un texto debes realizar 3 sencillos pasos: 1) Lee el texto hasta que estés seguro(a) de haberlo comprendido; 2) Analiza la información del texto, tomando nota de lo más fundamental, y 3) Interpreta la información del texto y exprésala con tus propias palabras.



Actividad 2

Elabora una ficha de trabajo de síntesis de la nota informativa anterior. Recuerda colocar todas sus partes.

--	--

Finalmente, la profesora les pidió que elaboraran las fichas bibliográficas de todos los libros que utilizarán para realizar su investigación. Para ello, les recordó que los elementos que debe incluir la ficha bibliográfica son: **nombre del autor, título del texto, lugar de edición, editorial, año de publicación y número de páginas.**


Ejemplo:

Jaramillo, Luis Ernesto. Las redes sociales y los jóvenes mexicanos, D.F. México, Editorial Unión Educativa, 2010, 250 p.



Actividad 3


Elabora la ficha bibliográfica del siguiente libro:

<p>Así se usan las redes sociales en México</p>  <p>Mariana Gómez Villa Ediciones Hermanas</p>	<p>Número de páginas: 330.</p> <p>Primera edición, 2011 D.R. Ediciones Hermanas Lilas 35 Col. Las Flores México, D.F.</p> <p>Impreso en México</p>
--	--

Cierre

En esta sesión pudiste recordar la función y las características de las fichas de trabajo, la diferencia entre paráfrasis y cita textual, la forma de sintetizar el contenido de una fuente consultada y los elementos para elaborar una referencia bibliográfica y una ficha bibliográfica.

Puedes encontrar más información sobre estos temas en el sitio que te proporcionamos a continuación.

	http://portalacademico.cch.unam.mx/alumno/tlriid2/unidad2/operacionesTextuales
---	---

Evaluación

Indicaciones. Elige la opción que corresponde a la respuesta correcta. Utiliza la hoja de respuestas para contestar la evaluación.

1. Observa las portadas de los siguientes libros. ¿En cuál de ellos puedes encontrar información pertinente y sólida sobre *El uso de las redes sociales*?

A)



B)



C)



D)



2. Elige la opción que sintetiza adecuadamente la información de la nota informativa *El uso de las redes sociales en México*.

- A) En México, la mayoría de los mexicanos no usa las redes sociales, y aquellos que llegan a utilizarlas lo hacen para conocer nuevas personas y comunicarse con sus familiares y amigos.
- B) En México, alrededor del 30% de la población es usuaria de internet, siendo el mayor número de usuarios entre los 12 y los 25 años. Más del 50% de estos usuarios accede a las redes sociales a diario, siendo el principal motivo de su acceso la comunicación con familiares y amigos, el conocimiento de nuevas personas y el seguimiento de las últimas noticias. De acuerdo al número de visitas, las redes sociales más usadas en México son Facebook, Youtube y Twitter.

- C) En México, un mayor número de mujeres usa las redes sociales, quienes dedican semanalmente 3.4 horas a navegar en ellas. Es por ello que el mayor número de casos de acoso cibernético se da en las mujeres, ya que, de acuerdo con los especialistas, no logran diferenciar la información segura y verídica, de la que no lo es.
- D) En México, al igual que en el resto del mundo, existe un alto porcentaje de usuarios de las redes sociales, quienes diariamente acceden a su cuenta para comunicarse con sus familiares y amigos. A nivel mundial, las redes sociales más visitadas son Facebook, Twitter y Windows Live Profile, mientras que en México Facebook es quien ocupa el primer lugar, seguida de Youtube y Twitter.

3. Observa la siguiente referencia bibliográfica de una nota informativa.

Rivera, S. (2012, 18 de agosto). Redes sociales deterioran las relaciones familiares. Informador del Bajío.

¿Qué elemento hace falta para que referencie correctamente una cita textual?

- A) La edición
 - B) La editorial
 - C) El número de página
 - D) La URL de la fuente
4. Uno de los libros que usaron los alumnos para su investigación fue *Redes sociales para todos* de Ana María Jaramillo. ¿Cuál de las siguientes opciones presenta la ficha bibliográfica correcta de ese libro?
- A) Jaramillo, Ana María. *Redes sociales para todos*, Colombia, Javier Vergara Editor, 2011.
 - B) 2011, *Redes sociales para todos*, Jaramillo, Ana María, Colombia, Javier Vergara Editor.
 - C) Jaramillo, Ana María. *Redes sociales para todos*, Colombia, Javier Vergara Editor, 2011, 204 p.
 - D) *Redes sociales para todos*, Jaramillo, Ana María, Colombia, 2011, Javier Vergara Editor 204 p.
5. ¿Cuál de las siguientes opciones corresponde a una declaración textual?
- A) En México, hay alrededor de 35 millones de usuarios de internet, según un estudio dado a conocer por la Asociación Mexicana de Internet (AMIPCI).
 - B) El 51 por ciento de los usuarios de internet en México son hombres y el 49 por ciento son mujeres.
 - C) El 86% de los internautas mexicanos visitan al menos un sitio de entretenimiento al mes y dedican 3.4 horas semanales en este tema
 - D) Cuatro de cada 10 internautas en México están de acuerdo con la publicidad dentro de las redes sociales, al 17 por ciento le disgusta.

TEMA 2. ELABORAR UN REGLAMENTO INTERNO DEL SALÓN

Bloque I	Aprendizajes esperados <ul style="list-style-type: none"> Identifica la función y las características de un reglamento. Identifica los verbos, modos y tiempos verbales que se utilizan para redactar un reglamento.
Ámbito Participación social.	
Práctica social del lenguaje Elaborar un reglamento interno del salón.	

**Introducción**

Los seres humanos formamos grupos y aprendemos a trabajar en equipo como una forma de desarrollar mecanismos de supervivencia, ya que cada individuo tiene deseos y necesidades diferentes. No obstante, el individuo nunca debe perder de vista que pertenece a una comunidad dentro de la cual es indispensable regirse a través de normas de conducta establecidas. Así surgen las reglas.

Algunas veces las reglas están escritas y otras veces no. Por ejemplo, en nuestras casas tenemos ciertos deberes, y aunque no estén plasmados en ningún escrito, sabemos que debemos cumplirlos.

En el caso de otros grupos sociales, como la escuela, se cuenta con un reglamento que es entregado al inscribirse. Al leerlo y aceptarlo, establecemos un acuerdo con las autoridades encargadas de hacerlo cumplir. Este reglamento establece las obligaciones y derechos que tenemos al ser parte de la comunidad escolar, por ejemplo, cumplir con la puntualidad y la asistencia en el caso de las obligaciones, mientras que en los derechos están el tener cierto tiempo de descanso entre una clase y otra, o el pedirle a un profesor una explicación sobre un tema que no entendimos.

Imagina que serás el encargado de dirigir la elaboración de un reglamento interno para tu salón de clase. Para ello, deberás explicar a tus compañeros qué es un reglamento y por qué es necesario que elaboren uno. Elabora tu propia definición de reglamento y escríbela en las líneas siguientes.

Desarrollo

Un reglamento consiste en un conjunto de normas, reglas o leyes creadas para regir una actividad o un organismo.

Redacción de normas de un reglamento

Las normas de un reglamento se pueden redactar de cuatro formas diferentes:

1. **Forma impersonal.** Carece de sujeto. Para su construcción se utiliza la conjugación en tercera persona de singular. Se acompaña de la partícula “se”.
Ejemplo:
Se podrá estacionar en áreas designadas para discapacitados.
2. **Forma personal.** Presenta al sujeto de manera explícita o implícita. Puede usarse el presente o futuro indicativo.
Ejemplo:
Debemos utilizar uniforme deportivo los días viernes.
Los alumnos deberán utilizar uniforme deportivo los días viernes.
3. **Infinitivo.** No distingue persona, número ni tiempo. Se caracteriza por presentar el verbo con la terminación ar, er o ir.
Ejemplo:
Está prohibido **utilizar** computadora en clase, si ésta no es solicitada por el maestro.
Alzar la mano para tomar la palabra.
4. **Forma imperativa.** Se utiliza para dar órdenes o establecer prohibiciones.
Ejemplo:
Apaga el celular antes del espectáculo.



La vigencia de los reglamentos nos asegura mantener actualizadas sus normas, debido a que, con el paso del tiempo, éstas podrían ser obsoletas, teniendo la necesidad de adaptarlas o crear nuevas normas. Por lo tanto, los reglamentos deben mantenerse en constante revisión.



Elabora un reglamento haciendo uso de la hoja guía. Escribe el título, dos apartados y 5 artículos que den solución a la siguiente situación.

Al terminar la clase de deportes, los alumnos del primer grado de la Secundaria “Rufino Tamayo” llegan al salón de prisa, por lo que las mochilas, la ropa deportiva y los balones están tirados por todos lados. Para evitar accidentes, la maestra propone que elaboren un reglamento donde se establezcan normas que ayuden a mantener el salón ordenado.

Título

En éste puedes mencionar la institución o grupo a quien va dirigido. También puedes incluir la **vigencia**, es decir, el periodo en el que tendrá validez.

Apartado

Los apartados se usan con la intención de ayudar al lector a que localice la información que necesita sin que tenga que dar lectura a todo el reglamento. Se escriben generalmente en orden de importancia y se organizan con números o letras, haciendo **uso de elementos gráficos** como negritas, viñetas, cursivas, etc.

Artículos

Las **normas o reglas** se expresan a través de **artículos**. Estos deben estar enumerados para facilitar su ubicación en el reglamento. Recuerda planificar de qué manera redactarás tus artículos

Apartado

Artículos


Autor

Aquí deberás escribir el nombre de la persona, grupo o institución responsable de la elaboración del reglamento, así como la fecha y lugar en que se realizó.

Cierre

En esta sesión pudiste recordar la función y características de los reglamentos, los elementos que lo conforman, así como las distintas maneras en que pueden ser redactadas las normas que los integran.

Puedes encontrar más información sobre estos temas en el sitio que te proporcionamos a continuación.

	http://bibliotecadigital.ilce.edu.mx/sites/telesecundaria/tsa02g01v01/u01t01s03.html
---	---

Evaluación

Indicaciones. Elige la opción que corresponde a la respuesta correcta. Utiliza la hoja de respuestas para contestar la evaluación.

Lee el siguiente reglamento y contesta las preguntas.

Reglamento Interno de la Biblioteca Escolar de la Secundaria General “Adolfo López Mateos”

Con la finalidad de brindar un servicio de calidad, la Biblioteca de la Escuela Secundaria General “Adolfo López Mateos”, ubicada en San Diego de la Unión, municipio de Guanajuato, emite el presente reglamento que permite al personal bibliotecario y a sus usuarios conocer cuáles son sus derechos y obligaciones respecto a los servicios, el uso de la instalaciones y los materiales de la biblioteca. Este reglamento será vigente durante el ciclo escolar 2013-2014.

1. DISPOSICIONES GENERALES

Artículo 1. Podrán hacer uso de los servicios de la Biblioteca Escolar los alumnos y el personal académico, administrativo y de apoyo que labore en esta institución.

Artículo 2. Los usuarios tendrán prohibido entrar a la biblioteca con alimentos y/o bebidas.

2. DE LOS SERVICIOS

Artículo 3. La biblioteca ofrecerá los siguientes servicios:

Préstamo interno: Es la consulta de los libros en el recinto de la Biblioteca.

Préstamo a domicilio: Es la autorización que se otorga al usuario para llevar fuera de la biblioteca, por tiempo determinado, las obras de las colecciones abiertas que requiere utilizar.

Artículo 4. Para obtener cualquiera de los servicios mencionados en los artículos anteriores, se tendrá el siguiente horario:

- **Turno matutino:** lunes a viernes de 8:00 a 14:00 horas.
- **Turno Vespertino:** lunes a viernes de 15:00 a 19:30 horas.

3. DEL PRÉSTAMO DE LAS COLECCIONES

Artículo 5. El servicio de préstamo interno se otorgará a todos los usuarios de la Biblioteca en su modalidad de estantería cerrada, es decir, que el usuario deberá solicitar al personal del mostrador las obras que necesite.

Artículo 6. Para ser objeto del préstamo a domicilio, será indispensable que el usuario se identifique como parte de la comunidad educativa y obtener en préstamo a domicilio los materiales de la colección de consulta, los libros de estudio y los recreativos. No se prestarán a domicilio las enciclopedias ni los títulos que pertenezcan a alguna colección de la que sólo exista un volumen.

Artículo 7. Todo material que salga de la Biblioteca deberá quedar debidamente registrado en el libro de salidas que existe para control de préstamos.

Artículo 8. Los libros que se presten a domicilio, se sujetarán a los siguientes criterios:

- La duración máxima del préstamo a domicilio será de 7 días.
- El usuario podrá renovar el préstamo si devuelve las obras puntualmente y éstas no se encuentran reservadas por otro usuario.
- El usuario podrá obtener en préstamo a domicilio hasta dos libros simultáneamente, siempre y cuando cumpla con la entrega del material en el tiempo establecido.

Artículo 9. Los préstamos de las obras serán personales e intransferibles.

Artículo 10. Al recibir un préstamo, el usuario deberá verificar las condiciones físicas de los libros, dado que se hace responsable de cualquier daño o deterioro que puedan sufrir.

Artículo 11. Será obligación de todo usuario devolver los libros en buenas condiciones, en la fecha y horas señaladas o se hará acreedor a las sanciones correspondientes.

4. DE LA CONDUCTA DE LOS USUARIOS

Artículo 12. El usuario debe mantener una conducta de respeto hacia el personal de la Biblioteca y hacia los otros usuarios.

Artículo 13. Será responsabilidad del usuario preservar los libros, mobiliario y equipo de la biblioteca.

Artículo 14. El usuario deberá guardar silencio en el interior de la Biblioteca.

5. DE LAS SANCIONES

Artículo 15. El usuario estará obligado a devolver, en la fecha señalada, los materiales obtenidos en préstamo a domicilio. En caso de no hacerlo, este beneficio se le negará por un tiempo definido y, en caso de reincidir en esta falta, podrá negársele definitivamente.

Artículo 16. El usuario no podrá solicitar préstamo alguno en caso de tener en su poder algún material cuyo periodo de préstamo haya expirado; antes deberá efectuar la devolución y cubrir la multa correspondiente.

Artículo 17. En caso de pérdida, mutilación o deterioro del material prestado, el usuario deberá efectuar su reposición, ya sea con una copia igual o con un libro sobre el mismo tema. De no contarse con las condiciones económicas para hacerlo, el alumno podrá elaborar su propio material para reponer el libro.

Artículo 18. Si el usuario no cumple con algunas de las normas de comportamiento establecidas en este reglamento, será remitido a la comisión de vigilancia y cumplimiento del Reglamento Escolar vigente.

Artículo 19. Los imprevistos que no estén contemplados en este reglamento serán resueltos, con apego al Reglamento Escolar, por la Dirección de la Escuela.

Artículo 20. Los usuarios podrán consultar los materiales de la biblioteca en cualquier horario, no obstante, solo podrán pedir préstamos en el turno que les corresponda, es decir, dentro de su horario de clases.

Atentamente

Comité de Biblioteca Escolar de la Secundaria General “Adolfo López Mateos”
San Diego de la Unión, Guanajuato, a 20 de agosto de 2013

1. Elige la opción que enuncie de forma impersonal el artículo 2 del apartado de *Disposiciones generales*.
 - A) Entra a la biblioteca sin alimentos y/o bebidas.
 - B) Se prohíbe entrar a la biblioteca con alimentos y/o bebidas.
 - C) Debes entrar sin alimentos y/o bebidas.
 - D) Entrar sin alimentos y/o bebidas.

2. El Reglamento de la Biblioteca Escolar hace uso de los verbos en la siguiente forma verbal:
 - A) Presente
 - B) Pasado
 - C) Futuro
 - D) Copretérito

3. El artículo 12 del apartado *De la conducta de los usuarios* está redactado en un estilo diferente al resto del reglamento. Elige la opción que se acople al mismo estilo.
 - A) Mantener una conducta de respeto hacia el personal de la Biblioteca y hacia los otros usuarios.
 - B) El usuario deberá mantener una conducta de respeto hacia el personal de la Biblioteca y hacia los otros usuarios.
 - C) Mantén una conducta de respeto hacia el personal de la Biblioteca y hacia los otros usuarios.
 - D) Debes mantener una conducta de respeto hacia el personal de la Biblioteca y hacia los otros usuarios.

4. El apartado *De las sanciones* incluye un artículo que no corresponde a éste, ¿cuál es?
 - A) Artículo 17
 - B) Artículo 18
 - C) Artículo 19
 - D) Artículo 20

5. Elige la opción que presente todos los elementos gráficos utilizados para diferencia los apartados del reglamento.
 - A) Uso de mayúsculas y cursivas
 - B) Uso de negritas y cursivas.
 - C) Uso de minúsculas, negritas y cursivas.
 - D) Uso de mayúsculas, negritas y cursivas.

TEMA 3. INTEGRAR INFORMACIÓN EN UNA MONOGRAFÍA PARA SU CONSULTA

Bloque II	Aprendizajes esperados
Ámbito Estudio.	<ul style="list-style-type: none"> Identifica las características y función de las monografías.
Práctica social del lenguaje Integrar información en una monografía para su consulta.	<ul style="list-style-type: none"> Reconoce la diferencia entre oraciones principales y secundarias. Identifica oraciones principales y secundarias en un texto dado.

**Introducción**

Durante tu paso por la secundaria será necesario que realices investigaciones sobre diversos temas. Es importante que conozcas el modo más adecuado para presentar los resultados, de manera que pongas tus conocimientos a disposición de todos tus compañeros.

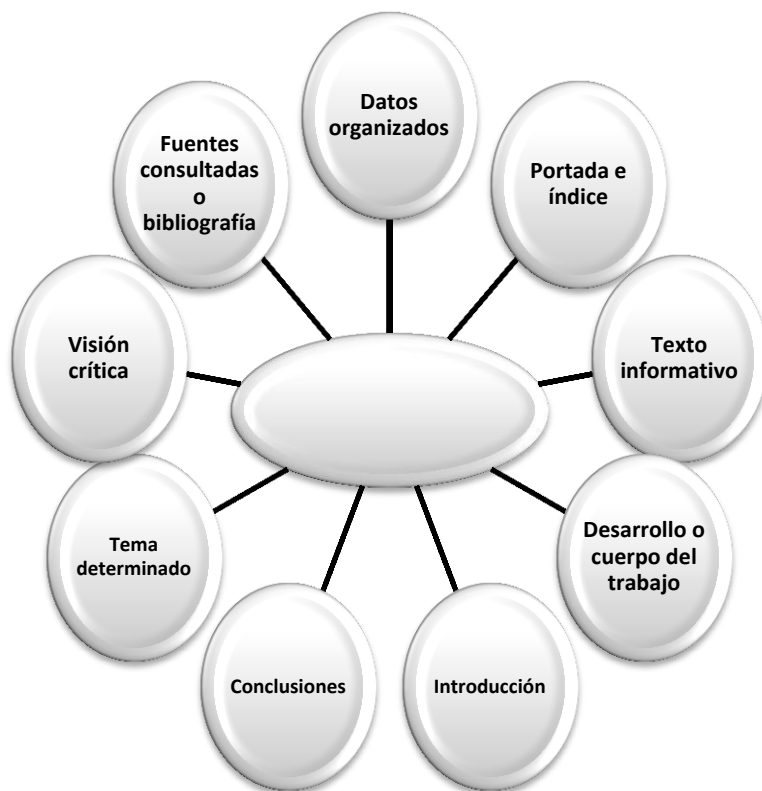
Observa el siguiente esquema y coloca en el óvalo del centro el nombre del texto al que hacen referencia los elementos presentados.

Pista 1.

Es un texto que sirve para mostrar, de manera formal y detallada, los resultados de una investigación.

Pista 2.

Etimológicamente proviene del griego y significa “escrito único o descripción única”.



Desarrollo

Una monografía es un texto informativo que presenta, de forma organizada, datos obtenidos sobre un tema determinado. Un aspecto importante es que utiliza diversas fuentes de referencia, las cuales son analizadas de forma crítica.

Una monografía se encuentra conformada por las siguientes partes:

1. Portada.
2. Índice.
3. Introducción.
4. Desarrollo o cuerpo del texto.
5. Conclusiones.
6. Fuentes consultadas o bibliografía.

El profesor de Ciencias I les dejó investigar las “Medidas de seguridad en el laboratorio”, de modo que pudieran conocer el uso adecuado de las instalaciones y materiales antes de realizar las prácticas y experimentos. Uno de los equipos presentó la siguiente información.

Introducción

Un laboratorio es un espacio que se encuentra equipado con diversos instrumentos y que está diseñado para la realización de experimentos y prácticas. Por el tipo de instrumentos y sustancias que se manejan en el laboratorio, es necesario que se adopte una serie de normas de conducta, de modo se minimice el riesgo en el manejo de sustancias e instrumentos y peligrosos.

Es importante que cada usuario comprenda la responsabilidad de utilizar las instalaciones e instrumentos del laboratorio con el mayor cuidado posible, de manera que no se exponga la seguridad de los demás compañeros de trabajo.

1. Principales peligros en el laboratorio

En el laboratorio existen ciertos peligros que son más comunes debido a los descuidos de los usuarios o al mal uso de las instalaciones, los instrumentos o las sustancias. Dentro de los peligros más comunes se encuentran los siguientes:

- a) Quemaduras y cortaduras con vidrios u otros objetos con filo.
- b) Lesiones de la piel y los ojos por contacto con materiales tóxicos.
- c) Intoxicación por inhalación, ingestión o absorción de sustancias tóxicas.
- d) Incendios y explosiones.

Para contrarrestar estos peligros, existen ciertas medidas de seguridad que se deben emplear en el laboratorio. Dentro de ellas se encuentran:

- a) Conocer las instalaciones e identificar la ubicación de los equipos de seguridad.
- b) Conocer los procedimientos de emergencia.
- c) Etiquetar los recipientes de las sustancias a utilizar.
- d) Manejar las sustancias y residuos peligrosos con cuidado.
- e) Seguir las instrucciones del laboratorista.

Otra forma de minimizar los peligros dentro del laboratorio es a través del empleo de los accesorios de protección personal. Muchas veces estos accesorios no son utilizados por los usuarios ya que sienten incomodidad al no estar acostumbrados a ellos; sin embargo, es muy importante considerar que estos accesorios tienen la finalidad de proteger el cuerpo.

Los accesorios que deben ser utilizados en el laboratorio son los siguientes: bata, guantes, lentes, cubreboca o mascarilla.

Para evitar peligros, también se debe tener un buen manejo de los residuos de las sustancias utilizadas durante los experimentos y prácticas. Para ello, es importante saber distinguir entre los residuos no peligrosos y los peligrosos, ya que su manejo dependerá de sus características.

Los **residuos no peligrosos** son aquellos que no presentan ningún riesgo para la salud humana y el medio ambiente. Se consideran en este grupo los residuos biodegradables, reciclables, inertes y ordinarios o comunes. Algunos ejemplos de residuos no peligrosos son: restos de comida; papel, cartón y periódico; plásticos, vidrios y latas.

Los **residuos peligrosos** “son aquellos que poseen alguna de las características de corrosividad, reactividad, explosividad, toxicidad, inflamabilidad, o que contengan agentes infecciosos que les confieran peligrosidad”.¹ Algunos ejemplos de residuos no peligrosos son: solventes, ácidos, medicamentos, tintas, entre otros.

2. Gestión de residuos

Durante las actividades realizadas en el laboratorio normalmente se manipulan sustancias que generan residuos en diferentes cantidades y con distintas características; por ello, resulta importante contar con un programa de gestión de residuos que ayude a tener un control y manejo adecuados para evitar daños en la salud y el ambiente.

Se entiende por gestión al conjunto de acciones que permiten dar al residuo el destino final más adecuado. Este proceso consta de 6 actividades básicas: 1) manipulación; 2) clasificación; 3) envasado; 4) etiquetado; 5) recolección; y 6) traslado y almacenamiento.

Conclusiones

Esta investigación nos permitió reflexionar sobre la importancia de conocer las medidas de seguridad a implementarse dentro de un laboratorio, ya que, de no ser cumplidas óptimamente, pueden traer consecuencias para la salud de los usuarios y para el medio ambiente.

Bibliografía consultada

- Universidad de Salta. Facultad de Ciencias Exactas. Manual de seguridad. Laboratorio de Química Analítica. Laboratorio de Fundamentos de Química.
http://ediblio.unsa.edu.ar/46/1/Manual_de_Seguridad-_publicaci%C3%B3n.pdf
- Instituto Tecnológico de Monterrey. ITESM. Seguridad en los laboratorios de Ingeniería Química.
<http://www.mty.itesm.mx/dia/deptos/iq/imagenes/manual.pdf>
- Ley General para la Prevención y Gestión Integral de los Residuos.
<http://www.diputados.gob.mx/LeyesBiblio/pdf/263.pdf>

1) Cámara de Diputados del H. Congreso de la Unión, "Ley General para la Prevención y Gestión Integral de los Residuos", publicada en el *Diario Oficial de la Federación* el 8 de octubre de 2003, p. 6.

Oraciones principales y secundarias

Un párrafo se conforma por un conjunto de oraciones que tienen el fin de expresar una idea completa sobre un tema específico. Estas oraciones pueden ser:

- Principales.** Contienen el sentido esencial del párrafo. Las ideas principales pueden encontrarse de forma implícita o explícita en el párrafo. Cuando la idea principal es implícita, ésta no aparece escrita en el párrafo, por lo que es necesario deducirla. Por otra parte, cuando la idea principal es explícita, sí se encuentra escrita en el párrafo. A esta oración se le llama **oración temática** y generalmente se encuentra escrita al inicio del párrafo.
- Secundarias.** Son oraciones que amplían la idea principal, es decir, le sirven de complemento, ya que le aportan más detalles.

Observa el siguiente ejemplo, basado en el primer párrafo del trabajo de investigación "Medidas de seguridad en el laboratorio".

Introducción

Un laboratorio es un espacio que se encuentra equipado con diversos instrumentos y que está diseñado para la realización de experimentos y prácticas. Por el tipo de instrumentos y sustancias que se manejan en el laboratorio, es necesario que se adopte una serie de normas de conducta, de modo se minimice el riesgo en el manejo de sustancias e instrumentos y peligrosos.

**Oración
temática**

**Oración
secundaria**



Lee el párrafo extraído del trabajo de investigación de tus compañeros y contesta las siguientes preguntas.

Los residuos no peligrosos son aquellos que no presentan ningún riesgo para la salud humana y el medio ambiente. Se consideran en este grupo los residuos biodegradables, reciclables, inertes y ordinarios o comunes. Algunos ejemplos de residuos no peligrosos son: restos de comida; papel, cartón y periódico; plásticos, vidrios y latas.

1. ¿El párrafo anterior presenta la oración principal de forma implícita o explícita? ¿Por qué?

2. Escribe la oración principal del párrafo anterior.

3. ¿La oración principal del párrafo anterior puede ser considerada como oración temática? ¿Por qué?

4. Escribe una oración secundaria del párrafo anterior.

Cierre

En esta sesión pudiste recordar las características y función de las monografías y la manera de diferenciar las oraciones principales y secundarias en un párrafo.

Puedes encontrar más información sobre este tema en los sitios que te proporcionamos a continuación.

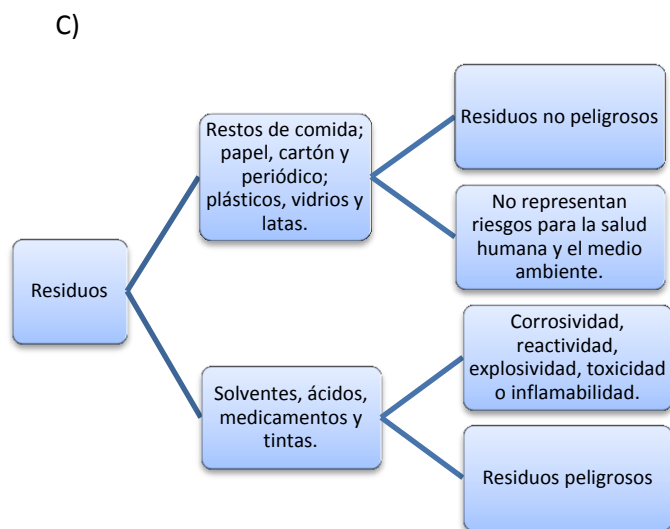
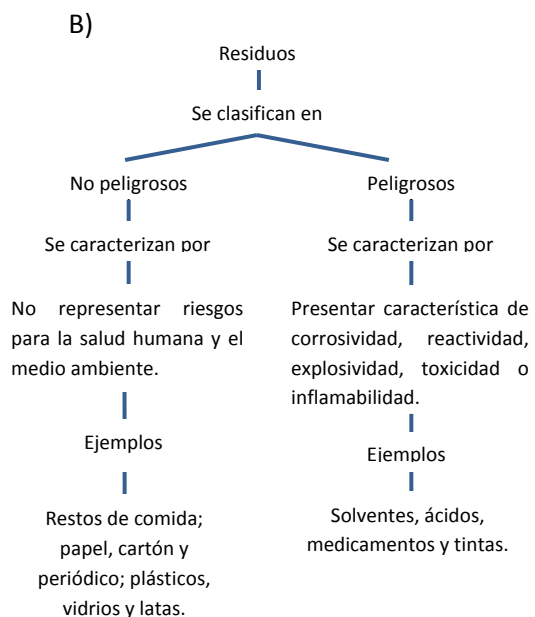
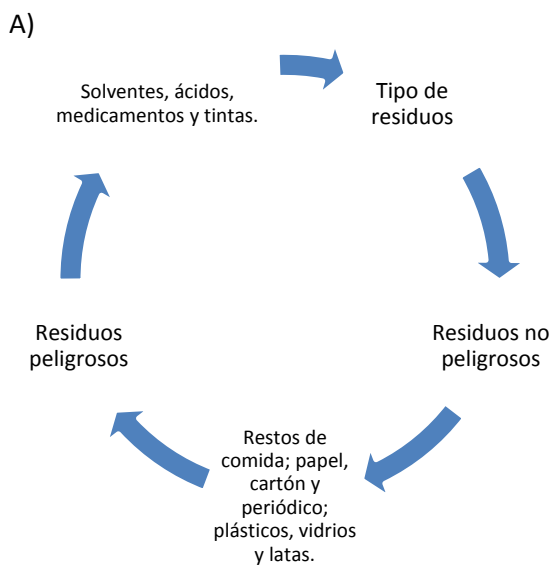


<http://cai.bc.inter.edu/monografia.pdf>
http://www.google.com.mx/url?sa=t&rct=j&q=&esrc=s&source=web&cd=1&ved=0CC8QFjAA&url=http%3A%2F%2Ffacultad.bayamon.inter.edu%2Fjsantiago%2Fcurso%2Feges1101%2FHojasInformativas%2FHojarepasolasideasenunparrafo.pdf&ei=P4MiUZzgFMji2gWGiYD4AQ&usg=AFQjCNHMS_uXkO1_H6HN-5OB4bmMFcJMXg&bvm=bv.42553238,d.b2l

Evaluación

Indicaciones. Elige la opción que corresponde a la respuesta correcta. Utiliza la hoja de respuestas para contestar la evaluación.

1. Elige el organizador gráfico que representa correctamente la clasificación de los residuos no peligrosos y los residuos peligrosos.



Lee el siguiente párrafo y contesta la pregunta.

Otra forma de minimizar los peligros dentro del laboratorio es a través del empleo de los accesorios de protección personal. Muchas veces estos accesorios no son utilizados por los usuarios ya que sienten incomodidad al no estar acostumbrados a ellos; sin embargo, es muy importante considerar que estos accesorios tienen la finalidad de proteger el cuerpo.

2. ¿Cuál de las siguientes opciones presenta la idea principal del texto?

- A) Una forma de minimizar los peligros dentro del laboratorio es a través del empleo de los accesorios de protección personal.
- B) Muchas veces los accesorios no son utilizados por los usuarios.
- C) Los accesorios no son utilizados por los usuarios ya que sienten incomodidad al no estar acostumbrados a ellos.
- D) Los accesorios tienen la finalidad de proteger el cuerpo.

3. Uno de tus compañeros sugirió utilizar la definición de *Gestión Integral de Residuos* que consultó en la Ley General para la Prevención y Gestión Integral de los Residuos. Si se incluyera esta definición en el cuerpo del texto anterior, ¿cuál sería la manera correcta de presentar la cita textual?

La Gestión Integral de los Residuos puede definirse como “el conjunto articulado e interrelacionado de acciones normativas, operativas, financieras, de planeación, administrativas, sociales, educativas, de monitoreo, supervisión y evaluación, para el manejo de residuos, desde su generación hasta la disposición final, a fin de lograr beneficios ambientales, la optimización económica de su manejo y su aceptación social, respondiendo a las necesidades y circunstancias de cada localidad o región.”²

- A) 2) “Ley General para la Prevención y Gestión Integral de los Residuos”, p. 4.
- B) Cámara de Diputados del H. Congreso de la Unión, “Ley General para la Prevención y Gestión Integral de los Residuos”, publicada en el *Diario Oficial de la Federación* el 8 de octubre de 2003, p. 4.
- C) 2) Ley General para la Prevención y Gestión Integral de los Residuos, publicada en el *Diario Oficial de la Federación* el 8 de octubre de 2003.
- D) 2) Cámara de Diputados del H. Congreso de la Unión, “Ley General para la Prevención y Gestión Integral de los Residuos”, publicada en el *Diario Oficial de la Federación* el 8 de octubre de 2003, p. 4.

Lee el siguiente texto.


- Inflamabilidad (I). Es la medida de la facilidad que presenta un gas, líquido o sólido para encenderse y de la rapidez con que, una vez encendido, se diseminan sus llamas. Cuanto más rápida sea la ignición, más inflamable será el material. Hay dos propiedades físicas de los materiales que indican su inflamabilidad: el punto de inflamación y la volatilidad.
- Corrosividad (C). Las sustancias químicas corrosivas pueden quemar, irritar o destruir los tejidos vivos y material inorgánico. Cuando se inhala o ingiere una sustancia corrosiva, se ven afectados los tejidos del pulmón y el estómago.
- Reactividad (R). Es una característica de las sustancias que presenta inestabilidad, la cual conduce a cambios violentos con o sin la presencia de detonación.
- Explosividad (E). Capacidad de las sustancias químicas que provocan una liberación instantánea de presión, gas y calor a temperatura, ocasionado por un choque repentino, presión o alta temperatura.
- Toxicidad (T). La toxicidad se define como la capacidad de una sustancia para producir daños en los tejidos vivos, lesiones en el sistema nervioso central, enfermedad grave o en casos extremos la muerte, cuando se ingiere, inhala o se absorbe a través de la piel.

Recuperado el día 22 de marzo de 2012 de
<http://www.cenapred.gob.mx/es/PreguntasFrecuentes/faqpopo6.html#prega>

4. Si el equipo integrara el párrafo anterior al cuerpo del texto, ¿cuál sería su título más adecuado?

- A) Características de los residuos peligrosos.
- B) Inflamabilidad, corrosividad, reactividad, explosividad y toxicidad.
- C) Problemas causados por los residuos peligrosos.
- D) Características de los residuos no peligrosos.

TEMA 4. LEER Y ESCRIBIR POEMAS TOMANDO COMO REFERENTE LOS MOVIMIENTOS DE VANGUARDIA.

Bloque III	Aprendizajes esperados	
Ámbito Literatura.	<ul style="list-style-type: none"> Identifica las características de algunos de los movimientos de vanguardia del siglo XX. Identifica a algunos representantes del movimiento poético de vanguardia. 	
Práctica social del lenguaje Leer y escribir poemas tomando como referente los movimientos de vanguardia.	<ul style="list-style-type: none"> Identifica las características de las principales figuras retóricas utilizadas por los poetas de vanguardia del siglo XX. Identifica las características y función de los caligramas. 	

Introducción

¿Alguna vez te has preguntado qué es la poesía? Seguramente has escuchado que es una forma de expresar los sentimientos mediante las palabras.

El poeta Federico García Lorca describe la poesía de la siguiente manera:

Poesía es la unión de dos palabras
que uno nunca supuso que pudieran juntarse,
y que forman algo así como un misterio.

El haikú japonés es un poema muy breve que suele estar organizado en tres versos que describen la naturaleza o la realidad percibida a través de los sentidos.

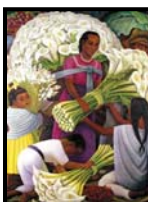
José Juan Tablada fue un poeta mexicano que realizó la adaptación del haikú japonés al español. Estos son algunos de sus poemas:

¡Del verano, roja y fría
carcajada,
rebanada
de sandía!

Busco en vano en la carta
de adiós irremediable,
la huella de una lágrima...

Bajo el celeste pavor
delira por la única estrella
el cántico del ruiseñor.

Elige una de las obras del muralista mexicano Diego Rivera y elabora un haikú a partir de lo que observas.



Haikú

Un poema es una composición literaria a través de la cual se expresan sentimientos y emociones. El poema suele escribirse en versos, aunque existe la prosa poética, que permite la expresión de las sensaciones a través de la prosa.

La profesora de español les comentó que los poemas contienen figuras retóricas, que son recursos del lenguaje literario utilizados por los poetas para embellecer las palabras y darles una mayor expresividad. También les explicó que dentro de las principales figuras retóricas utilizadas por los poetas se encuentran la metáfora, el símil o comparación, la reiteración o anáfora y la aliteración.

Figura retórica	Significado	Ejemplo
Metáfora	Consiste en identificar un elemento con otro por una relación de semejanza. Se distingue de la <i>comparación</i> en que no usa el nexo comparativo <i>como</i> .	<i>Tus dientes son perlas. Las perlas de tu boca.</i>
Símil o comparación	Consiste en relacionar dos elementos entre sí para expresar la semejanza entre ellos. Esta relación se establece, generalmente, por nexos comparativos: <i>como, cual, así, así como, tal, semejante a</i> , entre otros.	<i>Eres como el viento, libre y pasajero.</i>
Reiteración o anáfora	Consiste en repetir una palabra o conjunto de palabras al comienzo de una frase o verso.	<i>La niña no ríe, la niña llora. La niña no come, la niña añora.</i>
Aliteración	Consiste en repetir o combinar sonidos en una misma frase para conseguir un efecto de musicalidad y sonoridad.	Mi mamá me mima, mi mamá me ama.



Relaciona las figuras retóricas con los ejemplos correspondientes.

- a) Metáfora () El amigo ha de ser como la sangre, que acude luego a la herida sin esperar que la llamen. (Francisco de Quevedo).
- b) Símil o comparación
- c) Reiteración o anáfora () Pena con pena y pena desayuno,
pena es mi paz y pena mi batalla...
(Fragmento, *Umbrío por la pena* de Miguel Hernández).
- d) Aliteración

- () Claras horas de la mañana
en que mil clarines de oro
dicen la divina diana:
Salve al celeste sol sonoro.
(Rubén Darío).
- () Mientras por competir con tu cabello,
oro bruñado, el sol relumbra en vano,
mientras con menosprecio en medio del llano
mira tu blanca frente el lirio bello.
(Fragmento, *Soneto XLIV* de Luis de Góngora).

Durante las primeras décadas del siglo XX surgieron en Europa los movimientos artísticos vanguardistas, que buscaban una renovación del arte, enfocándola en su función social. Posteriormente se extendieron al resto de los continentes, principalmente hacia América.

Entre las características más importantes del vanguardismo se encuentran la lucha contra la tradición artística, la libertad de expresión y la innovación.

La profesora de español les presentó dos poemas que retoman un mismo elemento: la rosa, pero que tienen una forma distinta de tratar el tema. Estos autores son Jorge Luis Borges (1899-1986) y José Martí (1853-1895), que perteneció al movimiento literario del *modernismo*.

Una rosa y Milton
Jorge Luis Borges

¡Con qué artificio tan divino sales
de esa camisa de esmeralda fina,
oh rosa celestial alejandrina,
coronada de granos orientales!

Ya en rubíes te enciendes, ya en corales,
y a tu color a púrpura se inclina
sentada en esa basa peregrina
que forman cinco puntas desiguales.

Bien haya tu divino autor, pues mueves
a su contemplación el pensamiento,
o aun a pensar en nuestros años breves.

Así la verde edad se esparce al viento,
y así las esperanzas son alevés
que tienen en la tierra el fundamento...

Cultivo una rosa blanca
José Martí

Cultivo una rosa blanca
en julio como en enero,
para el amigo sincero
que me da su mano franca.

Y para el cruel que me arranca
el corazón con que vivo,
cardo ni ortiga cultivo:
cultivo una rosa blanca.



Actividad 2

Lee los poemas y contesta las siguientes preguntas.

1. ¿Qué tema tratan los autores en sus poemas?

2. ¿Qué dice Jorge Luis Borges sobre la rosa?

3. ¿Qué simboliza la rosa blanca en el poema de José Martí?

4. ¿Cuál de los dos poemas te gustó más? ¿Por qué?

Los poetas del siglo XX también retomaron la poesía a través de las formas visuales; así crearon los *caligramas*, que son poemas o frases en los que el texto forma una imagen que expresa visualmente lo que las palabras dicen.

La profesora de español les mostró algunos caligramas para que pudieran notar cómo las imágenes visuales creadas por los poetas representaban lo escrito en sus poemas.

Triángulo armónico
Vicente Huidobro
(Chile, 1893-1948)

Thesa
La bella
Gentil princesa
Es una blanca estrella
Es una estrella japonesa
Thesa es la más divina flor de Kioto
Y cuando pasa triunfante en su palanquin
Parece un tierno lirio, parece un pálido loto
Arrancando una tarde de estío del imperial jardín

Todos la adoran como una diosa, todos hasta el Mikado
Pero ella cruza por entre todos indiferente
De nadie sabe que haya su amor malogrado
Y siempre está risueña, está sonriente
Es una Ofelia japonesa
Que a las flores amante
Loca y traviesa
Triunfante
Besa.

El puñal
José Juan Tablada
(México, 1871-1945)

Tu primera
mirada
tu primera
mirada de pasión
Aún la siento clavada
como un puñal dentro del corazón ...

Cabellera
Guillermo de Torre
(España, 1900-1971)

La luna decaída solista en todas las albas
Los cálidos fascinos besan el loro azul de Liria
Las miradas vírgenes alarvan un nido
Ya la cabellera del Zodiaco es un surtidor incendiario
Flechas dardos proyectiles volúmenes nocturnamente
La noche agita sus finísimas fosforescentes



Elabora un caligrama del poema La lluvia del escritor argentino Jorge Luis Borges.

Bruscamente la tarde se ha aclarado
porque ya cae la lluvia minuciosa.
Cae o cayó. La lluvia es una cosa
que sin duda sucede en el pasado.



Cierre

En esta sesión pudiste recordar qué es una poema, las figuras retóricas más utilizadas por los poetas del siglo XX, las características más importantes de los movimientos de vanguardia del siglo XX y la forma de elaborar caligramas.

Puedes encontrar más información sobre este tema en los sitios que te proporcionamos a continuación.



<http://www.telefonica.net/web2/laplazainvisible/Figuras%20retoricas%20basicas.pdf>
http://redescolar.ilce.edu.mx/redescolar/act_permanentes/lengua_comunicacion/el_oto%F1o/entrale/entrale_leer_pri04/etapa2/et2.html

Evaluación
.....

Indicaciones. Elige la opción que corresponde a la respuesta correcta. Utiliza la hoja de respuestas para contestar la evaluación.

Lee el siguiente fragmento del poema *Sonatina* de Rubén Darío y contesta las preguntas.

¡Ay! La pobre princesa de la boca de rosa
quiere ser golondrina, quiere ser mariposa,
tener alas ligeras, bajo el cielo volar,
ir al sol por la escala luminosa de un rayo,
saludar a los lirios con los versos de mayo,
o perderse en el viento sobre el trueno del mar.

Ya no quiere el palacio, ni la rueda de plata,
ni el halcón encantado, ni el bufón escarlata,
ni los cisnes unánimes en el lago de azul.
Y están tristes las flores por la flor de la corte;
los jazmines de Oriente, los nulumbo del Norte,
de Occidente las dalias y las rosas del Sur.

¡Pobrecita princesa de los ojos azules!
Está presa en sus oros, está presa en sus tules,
en la jaula de mármol del palacio real,
el palacio soberbio que vigilan los guardas,
que custodian cien negros con sus cien alabardas,
un lebel que no duerme y un dragón colosal.

1. De acuerdo al poema, ¿por qué la princesa quiere ser golondrina o mariposa?

- A) Para poder volar y ver el hermoso paisaje.
- B) Para poder volar y ser libre.
- C) Para poder volar y llegar hasta el sol.
- D) Para poder volar y ver el mar.

2. En la estrofa 2 del poema, ¿a quién se hace referencia con *la flor de la corte*?

- A) Al jazmín de Oriente.
- B) A la dalia del Sur.
- C) A la princesa.
- D) A la rosa del Sur.

3. ¿Qué sentimientos refleja la princesa del poema de Rubén Darío?

- A) Odio y venganza.
- B) Amor y cariño.
- C) Tristeza y melancolía.
- D) Soberbia y orgullo.

4. ¿Cuál de los siguientes fragmentos de los poemas de Rubén Darío evoca los mismos sentimientos del poema *Sonatina*?

A) *Propósito primaveral (a Vargas Vila)* de Rubén Darío.

A saludar me ofrezco y a celebrar me obligo
tu triunfo, Amor, al beso de la estación que llega
mientras el blanco cisne del lago azul navega
en el mágico parque de mis triunfos testigo.

B) *Nocturno (a Mariano de Cavia)* de Rubén Darío.

En los instantes del silencio misterioso,
cuando surgen de su prisión los olvidados,
en la hora de los muertos, en la hora del reposo,
sabréis leer estos versos de amargor impregnados...

C) *Cantos de vida y esperanza (a José Enrique Rodó)* de Rubén Darío.

La virtud está en ser tranquilo y fuerte;
con el fuego interior todo se abrasa;
si triunfa del rencor y de la muerte,
y hacia Belén... ¡la caravana pasa!

D) *Canto de esperanza* de Rubén Darío.

La tierra está preñada de dolor tan profundo
que el soñador, imperial meditabundo,
sufre con las angustias del corazón del mundo.

5. ¿Cuál de los siguientes caligramas corresponde al contenido del fragmento del poema *El reloj de arena* de Jorge Luis Borges?

Por el ápice abierto el cono inverso
deja caer la cautelosa arena,
oro gradual que se desprende y llena
el cóncavo cristal de su universo.

Hay un agrado en observar la arcana
arena que resbala y que declina
y, a punto de caer, se arremolina
con una prisa que es del todo humana.

A) Por el ápice abierto el cono inverso
 deja caer la cautelosa arena,
 oro gradual que se desprende y llena
 el cóncavo cristal de su universo.
 Hay un agrado en observar la arcana
 y, a punto de caer, se arremolina
 con una prisa que es del todo humana.

B) Por el ápice abierto el cono inverso
 deja caer la cautelosa arena,
 oro gradual que se desprende y llena
 el cóncavo cristal de su universo.
 Hay un agrado en observar la arcana
 y, a punto de caer, se arremolina
 con una prisa que es del todo humana.

C) Por el ápice abierto el cono inverso
 deja caer la cautelosa arena,
 oro gradual que se desprende y llena
 el cóncavo cristal de su universo.
 Hay un agrado en observar la arcana
 arena que resbala y que declina
 y, a punto de caer, se arremolina
 con una prisa que es del todo humana.

D) Por el ápice abierto el cono inverso
 oro gradual que se desprende y llena
 el cóncavo cristal de su universo.
 Por el ápice abierto el cono inverso
 deja caer la cautelosa arena,
 oro gradual que se desprende y llena
 el cóncavo cristal de su universo.

TEMA 5. ESCRIBIR UN CUENTO DE CIENCIA FICCIÓN PARA COMPARTIR

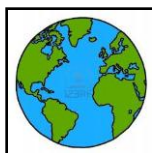
Bloque II	Aprendizajes esperados <ul style="list-style-type: none"> • Identifica los elementos de un cuento. • Identifica las características de los cuentos de ficción.
Ámbito Literatura.	
Práctica social del lenguaje Escribir un cuento de ciencia ficción para compartir.	

**Introducción**

Dentro de la literatura se encuentra el género narrativo, que presenta el relato de hechos o historias reales o ficticias. Un texto narrativo se compone por tres elementos fundamentales:

- Introducción o planteamiento.** Se encuentra al principio de la narración y tiene el propósito de que el lector identifique a los personajes y la trama, así como el espacio y el tiempo en los que se desarrolla la historia.
- Desarrollo o nudo.** Es la parte donde se presentan los hechos más importantes, ya que se desata el conflicto o problema de la historia. En esta parte, los acontecimientos cambian las condiciones de existencia de los personajes.
- Final o desenlace.** Representa el momento en el que se resuelve el conflicto planteado en la historia. En esta parte suele darse el **clímax**, que es el momento en el que la historia alcanza su nivel de tensión más alto, el cual va seguido de la conclusión.

A partir de las siguientes imágenes, escribe un breve cuento de ficción.

**Introducción o planteamiento**

**Desarrollo o nudo**

**Final o desenlace**

Desarrollo

La ciencia ficción nació como subgénero literario en la década de 1920. Este subgénero trata sobre personajes imaginarios y sucesos fantásticos relacionados con la ciencia y la tecnología.

Las narraciones de ciencia retoman temas relacionados con mundos extraños, seres extraterrestres, viajes espaciales, viajes en el tiempo, evolución de los robots, entre otros.

Dentro de los autores más reconocidos de este subgénero se encuentran: Julio Verne (1828-1905), "Viaje al centro de la Tierra" y "Veinte mil leguas de viaje submarino"; Ray Bradbury (1920-2012), "Crónicas marcianas"; Isaac Asimov (1920-1992), "Saga de la Fundación"; Arthur C. Clarke (1917-2008), "Una odisea del espacio", entre otros.

La profesora les pidió que de tarea buscaran un cuento de ciencia ficción y que lo trajeran a la clase. Uno de tus compañeros llevó "El hombre bicentenario", de Isaac Asimov, y leyó en voz alta un fragmento.

El hombre bicentenario

(Fragmento)

Isaac Asimov

Las Tres Leyes de la robótica:

1. Un robot no debe causar daño a un ser humano ni, por inacción, permitir que un ser humano sufra ningún daño.
2. Un robot debe obedecer las órdenes impartidas por los seres humanos, excepto cuando dichas órdenes estén reñidas con la Primera Ley.
3. Un robot debe proteger su propia existencia, mientras dicha protección no esté reñida ni con la Primera ni con la Segunda Ley.

—Gracias —dijo Andrew Martin, aceptando el asiento que le ofrecían. Su semblante no delataba a una persona acorralada, pero eso era.

En realidad su semblante no delataba nada, pues no dejaba ver otra expresión que la tristeza de los ojos. Tenía el cabello lacio, castaño claro y fino, y no había vello en su rostro. Parecía recién afeitado. Vestía anticuadas, pero pulcras ropas de color rojo aterciopelado.

Al otro lado del escritorio estaba el cirujano, y la placa del escrito incluía una serie indentificatoria de letras y números, pero Andrew no se molestó en leerla. Bastaría con llamarle "doctor".

—¿Cuándo se puede realizar la operación doctor? —preguntó.

El cirujano murmuró, con esa inalienable nota de respeto que un robot siempre usaba ante un ser humano:

—No estoy seguro de entender cómo o en quién debe realizarse esa operación, señor.

El rostro del cirujano habría revelado cierta respetuosa intransigencia si tal expresión —o cualquier otra— hubiera sido posible en el acero inoxidable con un ligero tono de bronce.

Andrew Martin estudió la mano derecha del robot, la mano quirúrgica, que descansaba en el escritorio. Los largos dedos estaban artísticamente modelados en curvas metálicas tan gráciles y apropiadas que era fácil imaginarlas empuñando un escalpelo que momentáneamente se transformaría en parte de los propios dedos.

En su trabajo no habría vacilaciones, tropiezos, temblores ni errores. Eso iba unido a la especialización tan deseada por la humanidad que pocos robots poseían ya un cerebro independiente. Claro que un cirujano necesita cerebro, pero éste estaba tan limitado en su capacidad que no reconocía a Andrew. Tal vez nunca le hubiera oído nombrar.

—¿Alguna vez ha pensado que le gustaría ser un hombre? —le preguntó Andrew.

El cirujano dudó un momento, como si la pregunta no encajara en sus sendas positrónicas.

—Pero yo soy un robot, señor.

—¿No sería preferible ser un hombre?

—Sería preferible ser mejor cirujano. No podría serlo si fuera hombre, sólo si fuese un robot más avanzado. Me gustaría ser un robot más avanzado.

—¿No le ofende que yo pueda darle órdenes, que yo pueda hacerle poner de pie, sentarse, moverse a derecha e izquierda, con sólo decirlo?

—Es mi placer agradarle. Si sus órdenes interfiriesen en mi funcionamiento respecto de usted o de cualquier otro ser humano, no le obedecería. La primera Ley, concerniente a mi deber para con la seguridad humana, tendría prioridad sobre la Segunda Ley, la referente a la obediencia. De no ser así, la obediencia es un placer para mí... Pero, ¿a quién debo operar?

—A mí.

—Imposible. Es una operación evidentemente dañina.

—Eso no importa —dijo Andrew con calma.

—No debo infligir daño —objetó el cirujano.

—A un ser humano no, pero yo también soy un robot.



Responde las siguientes preguntas.

¿Qué emociones provocó en ti la lectura del texto anterior?

¿Qué elementos del subgénero de ciencia ficción se retoman en el texto anterior?

¿Sobre qué tema crees que tratará *El hombre bicentenario*?

Cierre

En esta sesión pudiste recordar los elementos del subgénero narrativo de ciencia ficción.

Te recomendamos la lectura de los cuentos cortos de ficción “Anochecer” y “La última pregunta” de Isaac Asimov.

Evaluación

Indicaciones. Elige la opción que corresponde a la respuesta correcta. Utiliza la hoja de respuestas para contestar la evaluación.

1. Después de leer el fragmento de *El hombre bicentenario*, ¿cuál consideras que es la trama del cuento?
 - A) El cuento trata sobre un hombre que quiere convertirse en robot.
 - B) El cuento trata sobre un robot que tiene el deber de cuidar a los seres humanos.
 - C) El cuento trata sobre un robot que quiere convertirse en hombre.
 - D) El cuento trata sobre un robot doctor que convierte a robots en seres humanos.

2. ¿Cuál es el elemento de ficción en el que se basa *El hombre bicentenario*?
 - A) Mundos extraños.
 - B) Seres extraterrestres.
 - C) Viajes espaciales.
 - D) Evolución de los robots.

3. De acuerdo al texto, ¿cuál consideras que es la razón que provoca la tristeza de Andrew Martin?
 - A) El deseo de tener un cerebro independiente.
 - B) El deseo de ser un robot más avanzado.
 - C) El deseo de convertirse en humano.
 - D) El deseo de ser operado por el doctor.

4. De acuerdo al texto, ¿cuál de las leyes impide que el doctor pueda operar a Andrew Martin?
 - A) La primera ley
 - B) La segunda ley
 - C) La tercera ley
 - D) La segunda y la tercera ley

SECCIÓN DE RESPUESTAS

Tema 1**Actividad 3**

Gómez Villa, Mariana. Así se usan las redes sociales en México, D.F. México, Ediciones Hermanas, 2011, 330 p.

Evaluación

1. C
2. B
3. C
4. C
5. C

Tema 2**Evaluación**

1. B
2. C
3. B
4. D
5. D

Tema 3**Introducción**

Monografía

Evaluación

1. B
2. A
3. D
4. A

Tema 4**Actividad 1**

b, c, d, a

Evaluación

1. B
2. C
3. C
4. D
5. B

Tema 5**Evaluación**

1. C
2. D
3. C
4. A

**SECCIÓN DE
HABILIDADES
MATEMÁTICAS**



HOJA DE RESPUESTAS HABILIDADES MATEMÁTICAS	
Nombre	
Escuela	
Grado	
Grupo	

Instrucciones:

Contesta las preguntas de la evaluación de cada tema presentado, rellenando con lápiz el círculo que corresponde a la respuesta correcta.

TEMA 1

No.	A	B	C	D
1.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
5.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

TEMA 5

No.	A	B	C	D
1.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
5.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

TEMA 2

No.	A	B	C	D
1.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
5.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

TEMA 6

No.	A	B	C	D
1.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
5.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

TEMA 3

No.	A	B	C	D
1.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

TEMA 7

No.	A	B	C	D
1.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
5.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

TEMA 4

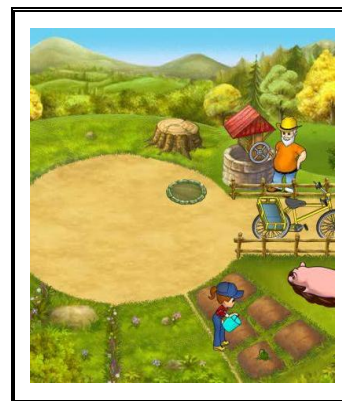
No.	A	B	C	D
1.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
5.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

TEMA 8

No.	A	B	C	D
1.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
5.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

TEMA 1. GEOMETRÍA Y EXPRESIONES ALGEBRAICAS**Bloque I****Eje temático:** Sentido numérico y pensamiento algebraico**Tema:** Patrones y ecuaciones**Contenido:** Explicación del significado de fórmulas geométricas al considerar las literales como números generales con los que es posible operar.**Aprendizaje esperado:**

Identifica el enunciado asociado con la interpretación de las literales de algunas fórmulas geométricas, en términos del lenguaje natural o cotidiano.

**Introducción:**

El abuelo de Camila quiere cercar una sección circular de terreno dentro de su granja, para construir un corral para la crianza de cerdos. Para ello es preciso que primero sepa la cantidad de madera que debe comprar, y un dato importante para esto es conocer el perímetro de la circunferencia que quiere cercar.

Camila se ofreció a ayudarlo y, colocándose en el centro de la circunferencia, estimó que ésta tiene 4.5 metros de radio. ¿Cómo explicará Camila a su abuelo la forma en que se puede calcular el perímetro de la circunferencia?

En varias situaciones cotidianas podemos encontrarnos con la necesidad de emplear ciertas expresiones que combinan letras y números mediante operaciones aritméticas, las cuales definen la regla general para calcular perímetros o áreas de figuras geométricas.

A tales expresiones se les conoce también como fórmulas geométricas y para poder hacer uso de éstas, es preciso comprender previamente su significado, de manera que podamos hacer una traducción del lenguaje matemático en el que se encuentran escritas al lenguaje natural que usamos de manera cotidiana.

Desarrollo:

A continuación repasaremos algunos conceptos relacionados con las figuras geométricas y, a partir de la presentación de algunos ejemplos, estableceremos algunas formas básicas en las que podemos realizar traducciones del lenguaje algebraico al cotidiano, al describir fórmulas para calcular **perímetros** y **áreas** de algunas figuras geométricas.

Perímetro de figuras geométricas

Un **polígono** es una figura plana delimitada por una línea poligonal cerrada compuesta por varios segmentos de recta. A partir de sus raíces griegas, la palabra polígono significa *polus* (mucho) + *gonia* (ángulo); es decir muchos ángulos.

Recuerda

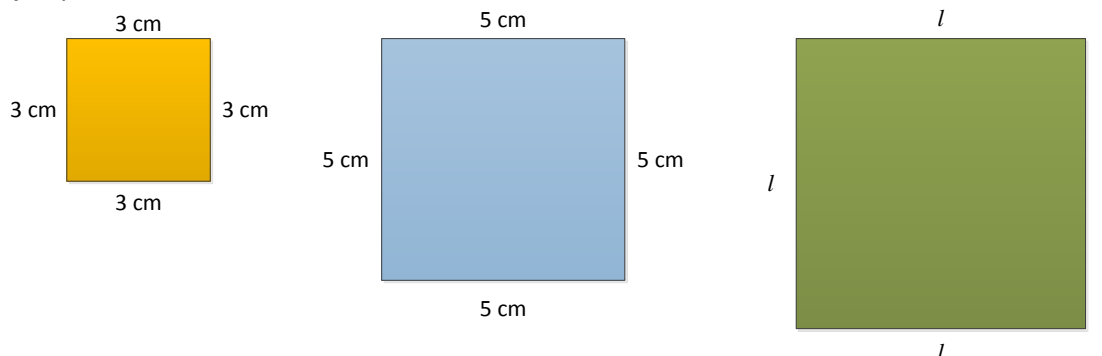
En todo polígono podemos destacar los siguientes elementos o partes: lados, ángulos y vértices. Los **lados** son los segmentos de la línea poligonal; los **vértices** son los puntos de intersección de dos lados consecutivos; y los **ángulos** son las aberturas formadas por dos segmentos consecutivos, orientadas hacia la región interna del polígono.

Si todos los lados de un polígono son congruentes (iguales) entre sí, y también lo son todos sus ángulos, el polígono se denomina **regular**. En caso contrario el polígono se denomina **irregular**.

El **perímetro** de una figura geométrica es la medida de su contorno. Si una figura geométrica es un polígono, podemos determinar su perímetro mediante la suma de la medida de los lados que lo forman.

El **cuadrado** es un polígono formado por cuatro lados de igual medida y que además tiene sus cuatro ángulos iguales (miden 90°). Para calcular el perímetro de un cuadrado sumamos sus cuatro lados.

Por ejemplo:



Para el cuadrado amarillo observa que el perímetro se calcula como

$$P = 3 \text{ cm} + 3 \text{ cm} + 3 \text{ cm} + 3 \text{ cm} = 12 \text{ cm}$$

mientras que para el cuadrado azul tenemos que

$$P = 5 \text{ cm} + 5 \text{ cm} + 5 \text{ cm} + 5 \text{ cm} = 20 \text{ cm}$$

De manera general observamos que, para un cuadrado de lado l , el perímetro se calcula como “el resultado de sumar cuatro veces la magnitud de su lado l ”.

$$P = l + l + l + l$$

Observa que el perímetro del cuadrado amarillo puede también calcularse como $P = 4 \times 3 \text{ cm} = 12 \text{ cm}$; de igual manera, el perímetro del cuadrado azul puede calcularse como $P = 4 \times 5 \text{ cm} = 20 \text{ cm}$. Entonces, de manera general, podemos observar que el perímetro de un cuadrado de lado l puede calcularse como “el producto de 4 por la medida de su lado l ”.

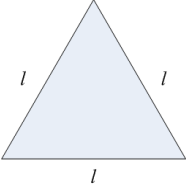
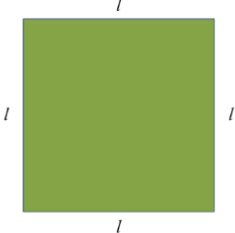
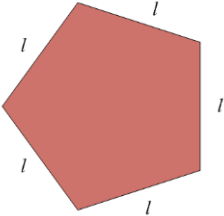
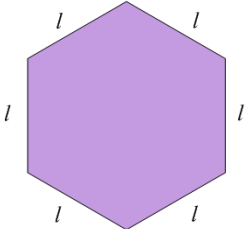
$$P = 4 \times l \quad \text{ó} \quad P = 4l$$

Es importante que notes que independientemente del valor del lado del cuadrado, la fórmula o el procedimiento para obtener el perímetro de esta figura es el mismo. De lo anterior debemos enfatizar la manera en que traducimos al lenguaje cotidiano cualquiera de las dos **expresiones equivalentes** vistas para el perímetro del cuadrado:

Lenguaje algebraico	Lenguaje cotidiano
$l + l + l + l$	La suma de 4 veces su lado
$4l$	El producto de 4 por su lado

Dos **expresiones** algebraicas son **equivalentes** si siempre dan los mismos resultados. Por ejemplo, las expresiones $l + l + l + l$ y $4l$ son equivalentes porque al sustituir l por cualquier valor numérico, ambas nos arrojan el mismo resultado.

En la siguiente tabla hemos resumido la manera en que se calcula el perímetro de algunos **polígonos regulares**, así como su traducción al lenguaje cotidiano.

Polígono	Número de lados	Perímetro	Lenguaje cotidiano
 Triángulo equilátero	3	$P = l + l + l$ o $P = 3l$	El perímetro de un triángulo equilátero es igual a la suma de 3 veces su lado o al producto de 3 por su lado
 Cuadrado	4	$P = l + l + l + l$ o $P = 4l$	El perímetro de un cuadrilátero es igual a la suma de 4 veces su lado o al producto de 4 por su lado.
 Pentágono	5	$P = l + l + l + l + l$ o $P = 5l$	El perímetro de un pentágono es igual a la suma de 5 veces su lado o al producto de 5 por su lado.
 Hexágono	6	$P = l + l + l + l + l + l$ o $P = 6l$	El perímetro de un hexágono es igual a la suma de 6 veces su lado o al producto de 6 por su lado.

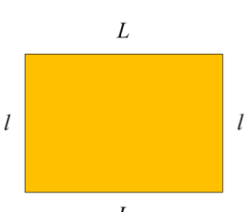
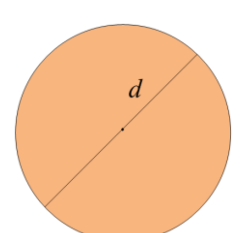
Al no tener todos sus lados iguales, el **rectángulo** no pertenece a los polígonos regulares, y es por esto que no lo incluimos en la tabla anterior.

Un **rectángulo** es un polígono de 4 lados que tiene todos sus ángulos iguales, es decir tiene 4 ángulos *rectos* (miden 90°). Una consecuencia de esto es que todo rectángulo tienen dos parejas de lados que son congruentes (miden lo mismo).

Otra figura geométrica que podemos resaltar es la **circunferencia**; en este notamos que es un poco diferente a las figuras descritas anteriormente, ya que podemos decir que no entra en la clasificación de los polígonos ya que no está formada por una línea poligonal.

Una **circunferencia** es una línea formada por todos los puntos de un plano que equidistan de uno dado (el centro de la circunferencia). Se trata, pues, de una línea cerrada del plano que mantiene una curvatura constante en cada punto. El **diámetro** es segmento de recta que une dos puntos de la circunferencia y que pasa por su centro.

A continuación te presentamos la manera en que se calcula el perímetro del rectángulo y la circunferencia, así como su traducción al lenguaje cotidiano.

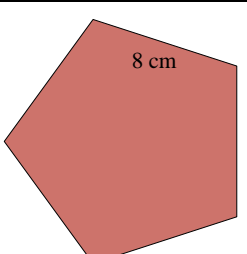
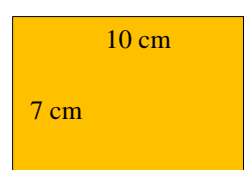
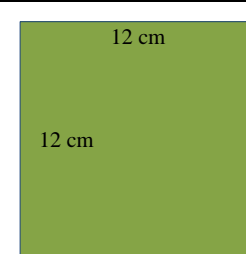
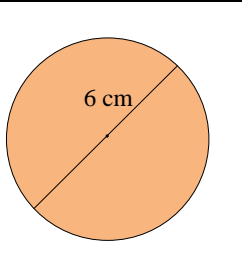
Figura	Elementos	Perímetro	Lenguaje cotidiano
 <p>Rectángulo</p>	L = lado mayor (largo) l = lado menor (ancho)	$P = L + L + l + l$ o $P = 2L + 2l$	El perímetro de un rectángulo es igual a la suma de 2 veces su lado mayor y 2 veces su lado menor o al producto de 2 por su lado mayor más el producto de 2 por su lado menor.
 <p>Circunferencia</p>	π = número "pi" d = diámetro	$P = \pi d$	El perímetro de una circunferencia es igual al producto del número "pi" por el diámetro.

La **longitud de la circunferencia** se obtiene siempre multiplicando la longitud de su diámetro por una cantidad constante. Esta cantidad constante se obtiene dividiendo la longitud de la circunferencia entre la longitud del diámetro d correspondiente; se trata de una razón. Esta razón tiene un valor no exacto, 3,141592... y se designa con una letra griega π (pi).

Recuerda



En la siguiente tabla hemos incluido algunos ejemplos específicos de figuras geométricas y sus respectivos perímetros descritos en el lenguaje cotidiano.

Pentágono	Rectángulo	Cuadrado	Circunferencia
			
Perímetro: La suma de 5 veces 8 centímetros. El producto de 5 por 8 centímetros.	Perímetro: La suma de 2 veces 10 centímetros y 2 veces 7 centímetros. El producto de 2 por 10 centímetros más el producto de 2 por 7 centímetros.	Perímetro: La suma de 4 veces 12 centímetros El producto de 4 por 12 centímetros	Perímetro: El producto del número "pi" por 6 centímetros.

Más adelante podrás realizar un ejercicio similar al de la tabla anterior, pero antes haremos un análisis de cómo interpretamos las expresiones que describen el cálculo de la superficie de figuras geométricas.

Área de figuras geométricas

El **área** de una figura plana se define como la medida de la superficie de su región interior. En general, el área corresponde a la cantidad de unidades de superficie que caben en su interior. El centímetro cuadrado (cm^2) es un ejemplo de unidad de superficie y corresponde a la superficie que cubre un cuadrado cuyo lado mide exactamente 1 cm.

Recuerda

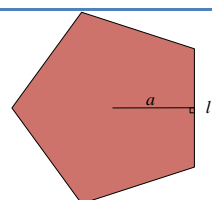


Si las medidas para el cálculo del área son dadas en centímetros, obtendremos en cualquiera de los casos la medida del área en cm^2 (centímetros cuadrados).

De esta forma, podemos obtener el área de cualquier **cuadrado** *multiplicando lado por lado* (o elevando al cuadrado su lado), es decir $A = l \times l = l^2$.

Para un **rectángulo** debemos *multiplicar su largo* (lado mayor) *por su ancho* (lado menor), es decir $A = L \times l$.

En el caso de los polígonos regulares, para poder determinar su área debemos conocer tanto su perímetro y su apotema.



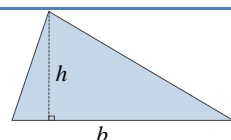
La **apotema** de un polígono regular es el segmento trazado desde el centro del polígono al punto medio de cualquiera de sus lados. La apotema es entonces siempre perpendicular al lado del polígono sobre el cual esta es trazada. Regularmente denotamos la apotema con la letra a .

Recuerda



El área de cualquier **polígono regular** se obtiene como *la mitad del producto de su perímetro por su apotema*, es decir $A = \frac{1}{2}(P \times a)$.

Podemos considerar al **triángulo equilátero** como un polígono regular de tres lados y emplear la fórmula $A = \frac{1}{2}(P \times a)$ para calcular su área, sin embargo existen muchos triángulos que no son equiláteros, de manera que para el cálculo de su área debemos conocer su altura, tomando uno de sus lados como la base del triángulo.



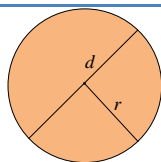
La **altura** h de un triángulo es un segmento de recta que parte de uno de sus vértices y llega al lado opuesto formando un ángulo recto con éste. Al lado opuesto sobre el que se traza la altura se le conoce como **base** del triángulo y se denota como b .

Recuerda



El área de cualquier **triángulo** se obtiene como *la mitad del producto de su base por su altura*, es decir $A = \frac{1}{2}(b \times h)$.

Y ¿cuál es área de **una circunferencia**? La región del plano contenida dentro de una circunferencia se conoce como **círculo**. Ambos conceptos, círculo y circunferencia, van ligados permanentemente ya que toda circunferencia determina un círculo, y viceversa. Pero resulta importante distinguirlos: la circunferencia es una línea, y el círculo una región del plano.



El **radio** r de un círculo es un segmento de recta que parte de su centro y llega a un punto de la circunferencia. De esta forma podemos observar que el radio mide la mitad del diámetro de la circunferencia, es decir $r = \frac{1}{2}d$.

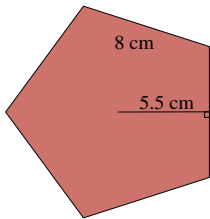
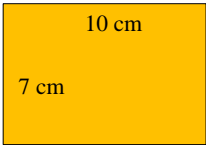
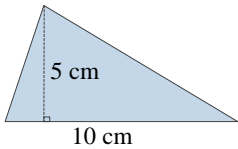
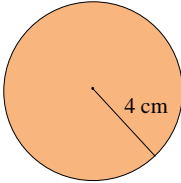
Recuerda

El área de una **circunferencia** se obtiene como *el producto del número “pi” por el cuadrado de su radio*, es decir $A = \pi \times r^2$.

En la siguiente tabla resumimos la manera en que se calcula el área de las figuras geométricas descritas, así como su traducción al lenguaje cotidiano.

Figura	Elementos	Área	Lenguaje cotidiano
 Cuadrado	$l = \text{lado}$	$A = l^2$	El área de un cuadrado es igual a su lado elevado al cuadrado.
 Rectángulo	$L = \text{lado mayor (largo)}$ $l = \text{lado menor (ancho)}$	$A = L \times l$	El área de un rectángulo es igual al producto de su lado mayor (largo) por su lado menor (ancho).
 Polígono regular	$P = \text{perímetro}$ $a = \text{apotema}$	$A = \frac{1}{2}(P \times a)$	El área de un polígono regular es igual a la mitad del producto de su perímetro por su apotema.
 Triángulo	$h = \text{altura}$ $b = \text{base}$	$A = \frac{1}{2}(b \times h)$	El área de un triángulo es igual a la mitad del producto de su base por su altura.
 Circunferencia	$\pi = \text{número “pi”}$ $r = \text{radio}$	$A = \pi \times r^2$	El área de un triángulo es igual al producto del número “pi” por el cuadrado de su radio.

En la siguiente tabla hemos incluido algunos ejemplos específicos de figuras geométricas y sus respectivas áreas descritas en el lenguaje cotidiano.

Pentágono	Rectángulo	Cuadrado	Circunferencia
			
Área: La mitad del producto de 40 centímetros por 5.5 centímetros.	Área: El producto de 10 centímetros por 7 centímetros.	Área: La mitad del producto de 10 centímetros por 5 centímetros.	Área: El producto del número "pi" por el cuadrado de 4 centímetros.

Nota: Para el caso del pentágono, el perímetro es el productos de 5 por 8 centímetros (igual a 40 centímetros).

Actividad 1



Para cada una de las siguientes figuras, describe en lenguaje cotidiano la forma en que se calcula lo que se pide en la columna de la derecha.

Figura:

1. Triángulo equilátero de lado igual a 7 cm.
2. Triángulo de base igual a 12 cm y altura igual a 7 cm.
3. Cuadrado de lado igual a 5 cm.
4. Rectángulo con lado mayor de 6 cm y lado menor de 2 cm.
5. Hexágono de lado igual a 15 cm y apotema igual a 13 cm.
6. Circunferencia de diámetro igual a 9 cm.

Describir:

Su perímetro
 Su área
 Su perímetro y su área
 Su perímetro y su área
 Su perímetro y su área
 Su perímetro y su área

Cierre:



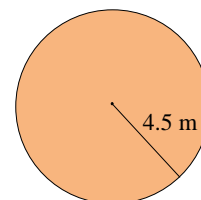
Antes de finalizar retomemos, ya con los conocimientos que has adquirido, la situación planteada en la introducción para darle solución:

El abuelo de Camila quiere cercar una sección circular de terreno dentro de su granja, para construir un corral para la crianza de cerdos. Para ello es preciso que primero sepa la cantidad de madera debe comprar y un dato importante para esto es conocer el perímetro de la circunferencia quiere cercar.

Camila se ofreció a ayudarlo y, colocándose en el centro de la circunferencia, estimó que ésta tiene 4.5 metros de radio. ¿Cómo explicará Camila a su abuelo la forma en que se puede calcular el perímetro de la circunferencia?

En la derecha tenemos una ilustración del problema planteado. Se desea establecer la manera de calcular el perímetro de una circunferencia que tienen 4.5 metros de radio, es decir, $r = 4.5$ m. Entonces, sabiendo que el radio mide la mitad del diámetro, la medida del diámetro es $d = 9$ m. Por otra parte, sabemos que *el perímetro de una circunferencia es igual al producto del número "pi" por su diámetro*. De manera que Camila podría explicar a su abuelo que:

El perímetro de la circunferencia que quiere cercar se calcula multiplicando el número "pi" por 9 metros.



En este tema establecimos algunas formas básicas en las que podemos realizar traducciones del lenguaje algebraico al cotidiano, al describir fórmulas para calcular **perímetros** y **áreas** de algunas figuras geométricas.

Puedes encontrar más información sobre este tema en los enlaces que te proporcionamos a continuación.

Para saber más...

<http://www.blasinfantelebrija.com/qeomjgm/perim1.swf>



<http://conteni2.educarex.es/mats/TEORIA/teoria10.swf>

Evaluación:

Para finalizar el tema te pedimos que resuelvas la siguiente evaluación.

Indicaciones: En cada uno de los siguientes reactivos, selecciona la opción que corresponda a la respuesta correcta de la situación planteada.

1. Se tiene un plato circular cuyo radio mide 8 cm. Selecciona la opción que corresponda al enunciado correcto para el cálculo del área del plato.

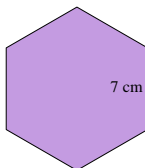
- A) El producto del número “pi” por 8 centímetros.
- B) El producto del número “pi” por 16 centímetros.
- C) El producto del número “pi” por el cuadrado de 8 centímetros.
- D) El producto del número “pi” por el cuadrado de 16 centímetros.

2. Se tiene un terreno rectangular cuyo lado mayor y menor miden 16 m y 7 m, respectivamente. Selecciona la opción que corresponda al enunciado correcto para el cálculo del perímetro del rectángulo.

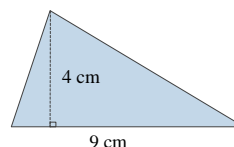
- A) El producto de 2 metros por 7 más la suma de 2 veces 16 metros.
- B) El producto de 2 por 16 metros más el producto de 2 por 7 metros.
- C) El producto de 16 metros por 7 metros.
- D) El producto de 2 por la suma de 16 más 7 metros.

3. Selecciona la opción de respuesta que corresponda al enunciado correcto para el cálculo del perímetro de la figura mostrada.

- A) El producto de 6 por 7 centímetros.
- B) El producto de 5 por 7 centímetros.
- C) La suma de 5 veces 7 centímetros.
- D) La suma de 7 veces 6 centímetros.

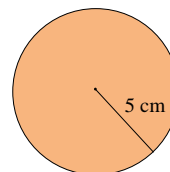


4. Selecciona la opción de respuesta que corresponda al enunciado correcto para el cálculo del área de la figura mostrada.



- A) La mitad del producto de 9 centímetros por 4 centímetros.
- B) El producto de 9 centímetros por 4 centímetros.
- C) La mitad de la suma de 9 centímetros y 4 centímetros.
- D) La suma de 9 centímetros y 4 centímetros.

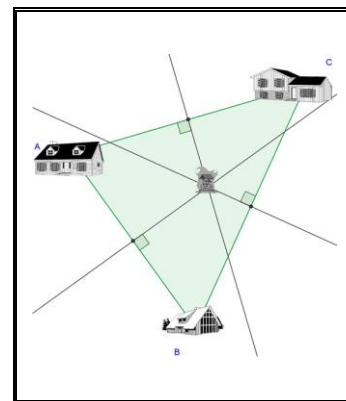
5. Selecciona la opción de respuesta que corresponda al enunciado correcto para el cálculo del área de la figura mostrada.



- A) El producto del número “pi” por 5 centímetros.
- B) El producto del número “pi” por 10 centímetros.
- D) El producto del número “pi” por el cuadrado de 10 centímetros.
- D) El producto del número “pi” por el cuadrado de 5 centímetros.

TEMA 2. RECTAS Y PUNTOS NOTABLES DEL TRIÁNGULO**Bloque II****Eje temático:** Forma, espacio y medida**Tema:** Figuras y cuerpos**Contenido:** Resolución de problemas geométricos que impliquen el uso de propiedades de la mediatriz de un segmento y la bisectriz de un ángulo.**Aprendizaje esperado:**

Resuelve problemas geométricos que impliquen el uso de las propiedades de las alturas, medianas, mediatrices y bisectrices en triángulos.

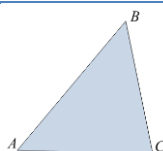
**Introducción:**

En un pequeño pueblo se necesitaba construir una toma de agua que estuviese a la misma distancia de tres casas que se suministrarían de agua a través de esta toma. Las casas se ubicaban de manera que formaban un triángulo, por lo que el maestro del pueblo, conociendo las propiedades de las rectas y puntos notables del triángulo, resolvió el problema. ¿Cómo hizo el maestro para determinar el punto dónde debía localizarse la toma de agua?

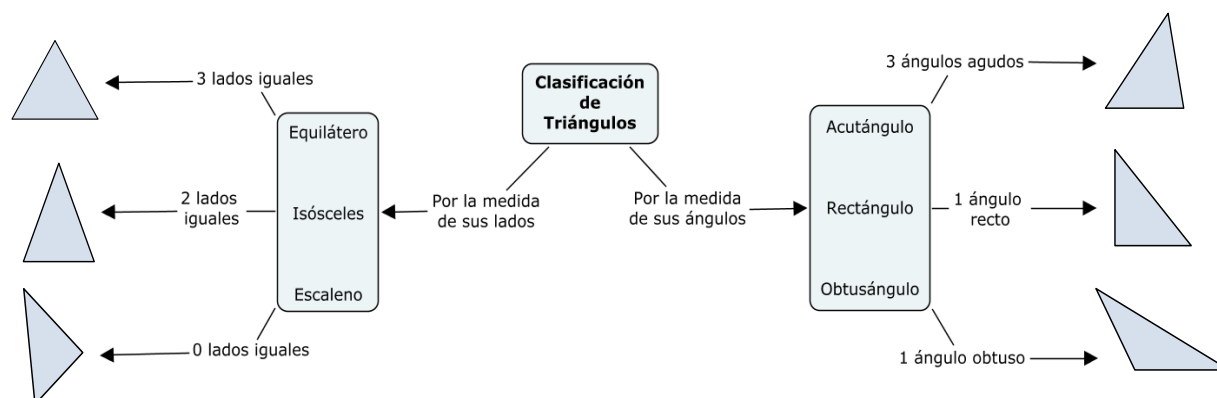
Como ves, en la situación anterior se indica que el maestro del pueblo resolvió el problema empleando sus conocimientos sobre rectas y puntos notables de los triángulos. A continuación abordaremos este tema para que puedas dar respuesta al cuestionamiento planteado, así como a muchos otros con los que puedes encontrarte en distintos contextos cotidianos.

Desarrollo:

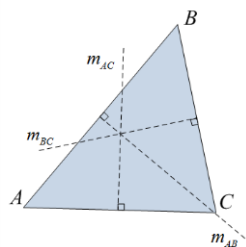
Existen algunas rectas y puntos distintos a los lados y vértices de los triángulos que son de especial interés por su significado y aplicación en situaciones cotidianas como la que hemos planteado en la introducción. A continuación te presentamos algunos de estos elementos y sus propiedades, de manera que al final de su estudio estés en posibilidades de aplicarlos en la solución de problemas.

Definición y clasificación de triángulos

Un **triángulo** es un polígono formado por tres lados y tres ángulos. Cada ángulo está formado por dos lados adyacentes, y el tercer lado es opuesto al ángulo. En la figura se muestra el triángulo ABC y éste se denota como $\triangle ABC$.

Recuerda**Rectas notables del triángulo**

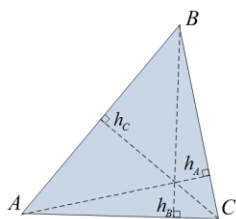
La **mediatriz** es una recta perpendicular a uno de los lados de un triángulo y que parte de su punto medio.



De acuerdo con el $\triangle ABC$ de la izquierda, la mediatriz m_{AB} corresponde al lado AB ya que es una recta perpendicular a dicho lado y que pasa por su punto medio.

De manera análoga podemos definir las mediatrices correspondientes a los lados AC y BC , esto es, m_{AC} y m_{BC} , respectivamente.

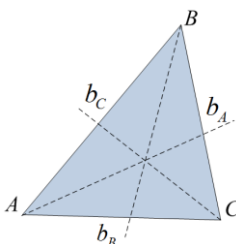
La **altura** es un segmento de recta que parte de uno de los vértices del triángulo y llega al lado opuesto, formando un ángulo recto con éste.



De acuerdo con el $\triangle ABC$ de la izquierda, la altura h_A corresponde al vértice A ya que es una recta que pasa por el este vértice y es perpendicular a su lado opuesto, es decir, a BC .

De manera análoga podemos definir las alturas correspondientes a los vértices B y C , esto es, h_B y h_C , respectivamente.

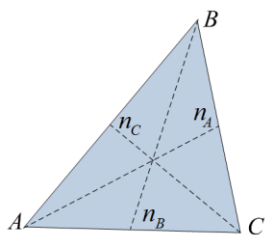
La **bisectriz** es un segmento de recta que parte de uno de los vértices triángulo y divide en dos partes iguales el ángulo interior correspondiente.



De acuerdo con el $\triangle ABC$ de la izquierda, la bisectriz b_A corresponde al vértice A ya que es una recta que pasa por dicho vértice y que divide al ángulo A en dos partes iguales.

De manera análoga podemos definir las bisectrices correspondientes a los vértices B y C , esto es, b_B y b_C , respectivamente.

La **mediana** es un segmento de recta que parte de uno de los vértices del triángulo y llega al punto medio del lado opuesto.

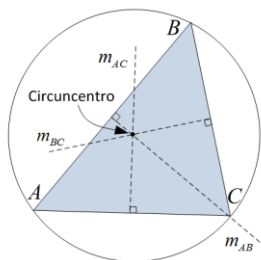


De acuerdo con el $\triangle ABC$ de la izquierda, la mediana n_A corresponde al vértice A ya que es una recta que pasa por dicho vértice y por el punto medio del lado opuesto, es decir, del lado BC .

De manera análoga podemos definir las medianas correspondientes a los vértices B y C , esto es, n_B y n_C , respectivamente.

Si te fijas en cada una de las ilustraciones anteriores, podrás observar que al dibujar en el triángulo las tres rectas de un mismo tipo, éstas se cortan en un punto. Este hecho no es una casualidad, ya que sucede para cualquier tipo de triángulo, por lo que es importante estudiar estos “puntos notables” de los triángulos, así como algunas de sus propiedades.

Puntos notables del triángulo



Una de las propiedades fundamentales de las *mediatrices* de un triángulo es que se cortan en un punto, denominado **circuncentro**. El *circuncentro* de un triángulo es el único punto del plano que equidista (está a la misma distancia) de los tres vértices del triángulo.

Se dice que una circunferencia está circunscrita a un triángulo, si ésta pasa por los tres vértices del triángulo. Para construir la **circunferencia circunscrita a un triángulo**, basta tomar como centro de dicha circunferencia, el *circuncentro* del triángulo y como radio, la distancia del circuncentro a cualquiera de los tres vértices.

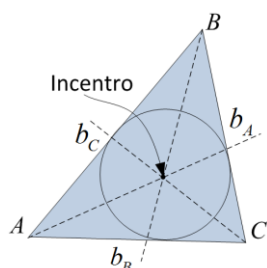
De acuerdo con lo anterior debes notar que, al ser el circuncentro el único punto que equidista de los vértices del triángulo, sólo existe una circunferencia circunscrita a un triángulo.

Actividad 1



Dibuja tres triángulos, uno acutángulo, otro rectángulo, y un tercero obtusángulo; obtén en cada caso el *circuncentro*.

¿Puedes llegar a una conclusión general acerca de la ubicación del *circuncentro*, a partir de la consideración de los tres tipos de triángulos?



Una de las propiedades fundamentales de las *bisectrices* de un triángulo es que se cortan en un punto, denominado **incentro**. El *incentro* de un triángulo es el único punto del plano que equidista (está a la misma distancia) de los tres lados del triángulo.

Se dice que una circunferencia está inscrita a un triángulo, si ésta es tangente a los tres lados del triángulo. Para construir la **circunferencia inscrita a un triángulo**, basta tomar como centro de dicha circunferencia, el *incentro* del triángulo y como radio, la distancia del incentro a cualquiera de los tres lados.

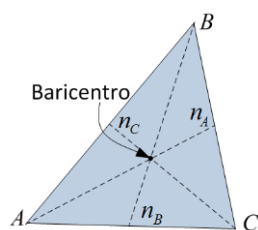
De acuerdo con lo anterior debes notar que, al ser el incentro el único punto que equidista de los lados del triángulo, sólo existe una circunferencia inscrita a un triángulo.

Actividad 2



Dibuja tres triángulos, uno acutángulo, otro rectángulo, y un tercero obtusángulo; obtén en cada caso el *incentro*.

¿Puedes llegar a una conclusión general acerca de la ubicación del *incentro*, a partir de la consideración de los tres tipos de triángulos?



Una de las propiedades fundamentales de las *medianas* de un triángulo es que se cortan en un punto, denominado **baricentro**. El *baricentro* de un triángulo coincide con el centro de gravedad del triángulo, como lo indica la raíz de la palabra (*baros* [peso, pesadez]).

La **gravedad** nos permite localizar el baricentro ya que también es el llamado centro de gravedad o punto que resume toda la fuerza gravitatoria sobre un objeto, sea o no un triángulo.



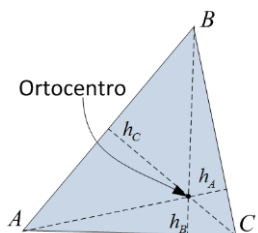
Para localizar el centro de gravedad de un triángulo, basta con colgarlo con un hilo desde cada uno de sus vértices. Trazamos las rectas verticales cuando esté en equilibrio para obtener las medianas. Su punto de corte será el baricentro. Una vez que localizamos el baricentro podemos sostener el triángulo desde ese punto con un lápiz y notaremos que se mantiene en equilibrio.

Actividad 3

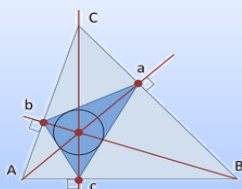


Dibuja tres triángulos, uno acutángulo, otro rectángulo, y un tercero obtusángulo; obtén en cada caso el *baricentro*.

¿Puedes llegar a una conclusión general acerca de la ubicación del *baricentro*, a partir de la consideración de los tres tipos de triángulos?



Una de las propiedades fundamentales de las *alturas* de un triángulo es que se cortan en un punto, denominado **ortocentro**. El *ortocentro* de un triángulo no presenta alguna particularidad tan destacable como los tres puntos anteriores. Los griegos lo denominaron el centro “recto” del triángulo, como lo indica la raíz de la palabra (*orthos*[derecho, recto]), para recordar la incidencia de las alturas, que forman un ángulo recto con los lados correspondientes.



El **triángulo órtico** ($\triangle abc$) de un triángulo $\triangle ABC$, es el que tiene por vértices los *pies* de las tres alturas de éste, es decir, las proyecciones de los vértices sobre los lados. De la figura mostrada, notamos que el *ortocentro* de un triángulo es a la vez el *incentro* de su triángulo órtico, dado que las *alturas* del triángulo original, son a la vez las *bisectrices* del triángulo órtico.

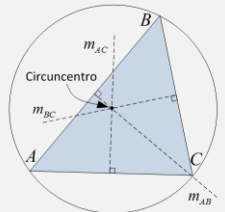
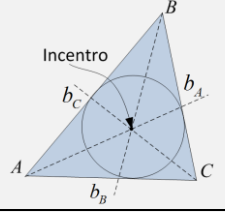
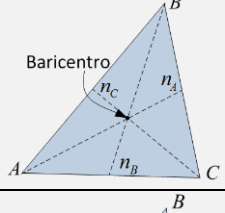
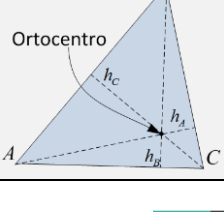
Actividad 4



Dibuja tres triángulos, uno acutángulo, otro rectángulo, y un tercero obtusángulo; obtén en cada caso el *ortocentro*.

¿Puedes llegar a una conclusión general acerca de la ubicación del *ortocentro*, a partir de la consideración de los tres tipos de triángulos?

En la siguiente tabla te presentamos un resumen sobre algunas de las características más importantes de los puntos descritos en las páginas anteriores.

Punto	Intersección de las	Ubicado en	Particularidad
	Mediatrices	La región interna o externa al triángulo (dependiendo del tipo)	Equidista de los vértices
	Bisectrices	La región interna del triángulo	Equidista de los lados
	Medianas	La región interna del triángulo	Es el centro de gravedad
	Alturas	La región interna o externa al triángulo (dependiendo del tipo)	Es el incentro del triángulo órtico

Cierre:

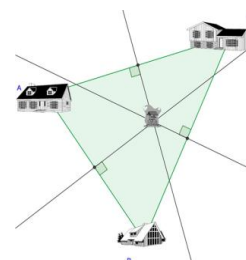


Antes de finalizar retomemos, ya con los conocimientos que has adquirido, la situación planteada en la introducción para darle solución:

En un pequeño pueblo se necesitaba construir una toma de agua que estuviese a la misma distancia de tres casas que se suministrarían de agua a través de esta toma.

Las casas se ubicaban de manera que formaban un triángulo, por lo que el maestro del pueblo, conociendo las propiedades de las rectas y puntos notables del triángulo, resolvió el problema. ¿Cómo hizo el maestro para determinar el punto dónde debía localizarse la toma de agua?

En la derecha tenemos una ilustración del problema planteado. Como ves, las casas se ubican en cada uno de los vértices del triángulo formado y, como lo que se requiere es que la toma de agua **equidiste** de las tres casas, entonces seguramente el maestro del pueblo hizo fue *determinar el circuncentro, a través de la intersección de las tres mediatrices del triángulo.*



En este tema presentamos algunas rectas y puntos notables de los triángulos y establecimos sus propiedades más importantes, de manera que al final pudimos mostrar su aplicación en una situación de la vida cotidiana. Puedes encontrar más información sobre este tema en los enlaces que te proporcionamos a continuación.

Para saber más...



http://www.walter-fendt.de/m14s/triangle_s.htm

<http://www.educaplan.org/play-180-Rcta-de-Euler.html>

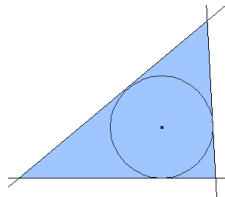
Evaluación:

Para finalizar el tema te pedimos que resuelvas la siguiente evaluación.

Indicaciones: En cada uno de los siguientes reactivos, selecciona la opción que corresponda a la respuesta correcta de la situación planteada.

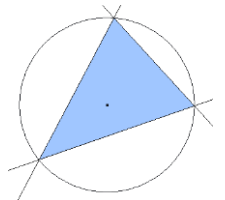
1. Selecciona la opción de respuesta que corresponda al tipo de rectas que debemos trazar, de manera que su intersección coincida con el centro del círculo trazado, como se muestra en la figura.

- A) Medianas
- B) Alturas
- C) Mediatrices
- D) Bisectrices



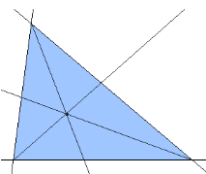
2. Selecciona la opción de respuesta que corresponda al tipo de rectas que debemos trazar, de manera que su intersección coincida con el centro del círculo trazado, como se muestra en la figura.

- A) Medianas
- B) Bisectrices
- C) Mediatrices
- D) Alturas

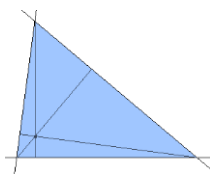


3. Selecciona la opción de respuesta que contenga, como intersección de las rectas trazadas, el punto a partir del cual podemos trazar el incentro del triángulo.

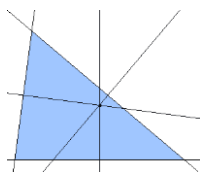
A)



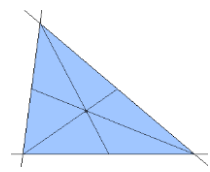
B)



C)

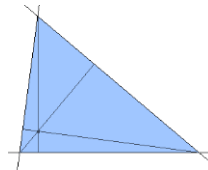


D)

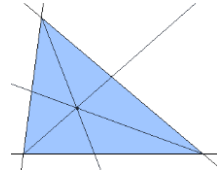


4. Selecciona la opción de respuesta que contenga, como intersección de las rectas trazadas, el punto a partir del cual podemos trazar el centro de gravedad del triángulo.

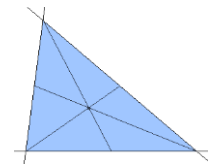
A)



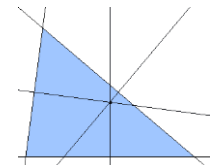
B)



C)

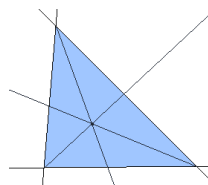


D)

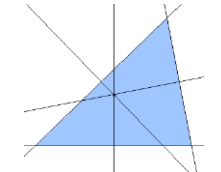


5. Fernanda debe elegir entre los triángulos mostrados aquel que tenga trazadas las rectas para encontrar el circuncentro. ¿Cuál de ellos debe elegir?

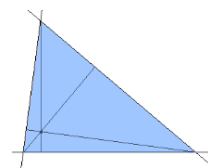
A)



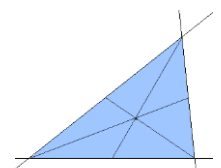
B)



C)

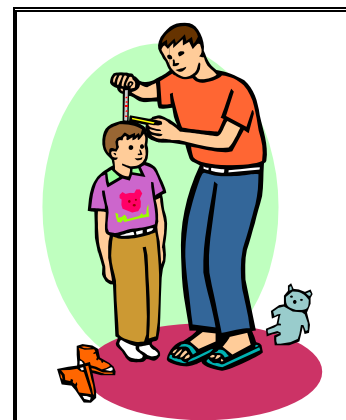


D)



TEMA 3: DISTRIBUCIÓN DE FRECUENCIAS**Bloque III****Eje temático:** Manejo de la información**Tema:** Análisis y representación de la información**Contenido:** Lectura y comunicación de información mediante el uso de tablas de frecuencia absoluta y relativa.**Aprendizaje esperado:**

Comunica información mediante la descripción, interpretación o construcción de tablas de frecuencia absoluta y relativa.

**Introducción:**

Como parte de un estudio para determinar el grado de nutrición de 20 alumnos de un grupo de primaria se ha tomado la estatura en centímetros de cada uno de ellos, las cuales son:

128	146	136	136	150
140	124	134	142	138
136	121	130	136	132
136	134	142	132	144

De acuerdo con los datos, **¿cuál es el porcentaje de alumnos que presenta una estatura menor o igual a los 140 cm?**

Existen diversas formas que podemos emplear para contestar la pregunta anterior, pero definitivamente, cuando queremos extraer información valiosa de un conjunto de datos, es muy conveniente elaborar una **tabla de distribución de frecuencias**, que es una herramienta que nos resulta muy útil cuando requerimos organizar la información que se nos presenta a manera de datos sobre algún fenómeno, estudio, investigación o situación cotidiana particular.

Desarrollo:

A continuación te presentamos la manera en que se desarrollan las **tablas de distribución de frecuencias**. Estas conforman una herramienta de gran utilidad en la **estadística**, cuando queremos organizar un conjunto de datos extraídos ya sea de un estudio, la observación de un fenómeno, el resultado de un experimento o el análisis de alguna situación cotidiana de nuestro interés.

La **Estadística** es la ciencia que se ocupa del tratamiento de la información; es decir, de estudiar los fenómenos de cualquier tipo por medio de **datos** observados y cuantificados, que son recogidos, **organizados**, representados y analizados con el fin de precisar su significado e inferir, en lo posible, predicciones de cara al futuro.

Recuerda

Antes de describir la forma en que se elaboran las tablas de distribución de frecuencias para la organización de los datos es preciso recordar algunos conceptos importantes.

Frecuentemente nos encontramos con ciertas “características” en los objetos o personas que son susceptibles de una clasificación o de medición, las cuales se denominan **variables**, por ejemplo, existen diversos colores de la piel o de los ojos, diversos precios de los artículos de primera necesidad, diversas calificaciones escolares en una escuela, diversas estaturas y pesos en las personas, etc.

En relación con lo anterior podemos decir que:

Las **variables** pueden ser de dos tipos

- **Cualitativas** (también llamadas *atributos*), aquellas que son sólo susceptibles de *clasificación*.
- **Cuantitativas**: aquellas que son susceptibles de *medición numérica*.

Entre las variables cuantitativas encontramos dos maneras de medir. La primera se refiere y aplica a las características que se miden por medio del *conteo*. Por ejemplo, las inasistencias diarias de los alumnos de una escuela; o el número de personas que habitan en cada una de las viviendas de una comunidad o colonia.

El tipo de variables que se miden contando recibe el nombre de **discretas**. Como se ve, estas variables sólo pueden tomar **valores enteros**.

La segunda manera de medir se refiere y aplica a las variables que se denominan **continuas** porque, entre dos valores fijos, pueden tomar *todos los valores intermedios* (decimales). Tal es el caso, por ejemplo, del peso o la estatura de las personas, o la velocidad de un carro.

Debemos resaltar también que las *variables cualitativas* pueden clasificarse en categorías que no mantienen una *relación de orden* entre sí. Por ejemplo, no es posible establecer cuál de los colores está por encima de los otros. En cambio, entre los valores que pueden tomar las *variables cuantitativas* sí existe un cierto orden. Por ejemplo, es posible ordenar los valores de las estaturas, de las edades de las personas, etc.

Por esta razón se dice que;

Las **variables cualitativas** se miden en una **escala nominal** (sus valores se reducen a los “nombres” de las categorías en que se clasifica el atributo) y que las **variables cuantitativas** se miden en una **escala ordinal** (tiene sentido ordenar sus valores).

Actividad 1



Identifica cada una de las siguientes variables como cualitativa o cuantitativa; en este último caso, determina si es discreta o continua.

- | | |
|-----------------------------------|--------------------------------------|
| 7. Estado civil | 12. Edad en años de las personas |
| 8. Ingresos mensuales familiares | 13. Simpatía por un partido político |
| 9. Equipo favorito de futbol | 14. Temperatura del ambiente |
| 10. Número de páginas de un libro | 15. Precio del transporte público |
| 11. Profesión u ocupación | 16. Mascota o animal preferido |

En relación con todo lo anterior, hay algunos rasgos comunes a destacar respecto de los distintos tipos de variables.

Una **población** es el conjunto de personas, objetos, etc. que porta alguna información relativa a la variable que se estudia.

A cada uno de los objetos o personas que aportan información relativa a la variable que se estudia se les denomina **elementos** de la población.

Los resultados de la clasificación o medición de una variable en el seno de una población reciben el nombre de **datos**.

Los datos (sean categorías o clases de un atributo, o números que resultan de una medición) reflejan la variabilidad de la característica estudiada en esa población. En este sentido, los datos son *mediciones en un contexto específico*, condición indispensable para que puedan transmitir información.

Recuerda**¿Y qué es lo que debemos hacer con los datos?**

Debemos, antes que nada, reconocer su utilidad dentro de un contexto específico pues muchos fenómenos naturales o sociales, o situaciones de la vida real sólo pueden ser comprendidos a partir del análisis de un conjunto de datos que hayan sido **recolectados** en forma adecuada, de manera que al ser **organizados** puedan ser **presentados** de manera sintética para extraer información precisa sobre la variabilidad de la característica de nuestro interés.

Es importante mencionar que las variables que consideraremos en los ejemplos y actividades dentro de esta sesión son variables cuantitativas discretas.

Tablas de distribución de frecuencias

Cuando ya hemos recolectado un conjunto de datos sobre alguna situación de nuestro interés, lo conveniente es organizarlos para que podamos extraer de ellos información precisa y útil. Para ello podemos recurrir a la elaboración de su tabla de distribución de frecuencias.

Una **tabla de distribución de frecuencias** es una forma de organizar un conjunto de datos para resumir la información que éstos aportan. En ella se presentan en orden creciente los valores observados de la variable de interés, así como la cantidad de veces que ocurren, es decir, sus respectivas **frecuencias absolutas**.

La suma de las frecuencias absolutas de cada uno de los datos siempre es igual al total de los datos de la población (conjunto de datos considerados).

Volvamos a la situación planteada en la introducción:

Como parte de un estudio para determinar el grado de nutrición de 20 alumnos de un grupo de primaria se ha tomado la estatura en centímetros de cada uno de ellos, las cuales son:

128	146	136	136	150
140	124	134	142	138
136	121	130	136	132
136	134	142	132	144

De acuerdo con los datos, ¿cuál es el porcentaje de alumnos que presenta una estatura menor o igual a los 140 cm?

Para realizar la tabla de distribución de frecuencias iniciamos ordenando nuestros datos de mayor a menor:

121	132	136	142
124	134	136	142
128	134	136	144
130	136	138	146
132	136	140	150

A continuación, organizamos los datos en la tabla de distribución de frecuencias, colocando los valores de las mediciones (datos) en la primera columna y sus respectivas frecuencias en la segunda columna.

Observa como en el último renglón de la segunda columna (frecuencias) hemos colocado la sumatoria de las frecuencias, que es igual al número total de datos proporcionados. Esta igualdad siempre se tiene que comprobar, de lo contrario habría que volver a revisar la frecuencia que hemos determinado para cada dato.

Por lo general, una distribución de frecuencias resulta más fácil de entender si se agrega a ella la frecuencia relativa de cada dato, es decir, la frecuencia expresada como porcentaje del número total de datos.

Estaturas (cm)	Frecuencia absoluta
121	1
124	1
128	1
130	1
132	2
134	2
136	5
138	1
140	1
142	2
144	1
146	1
150	1
	20

La **frecuencia relativa** de un valor observado es el cociente entre su frecuencia y el total de observaciones realizadas, e indica la parte del total de la población que tiene un mismo atributo o característica.

Regularmente la frecuencia relativa se expresa como un número decimal o como un porcentaje. Para presentar las frecuencias absolutas en forma de porcentajes tomamos sus valores expresados como cociente y los multiplicamos por 100.

Cuando se trata de presentar información estadística, las tablas que se utilizan con mayor frecuencia son las que contienen las frecuencias relativas en forma de porcentajes.

Continuando con el desarrollo de la tabla de distribución de frecuencias de las estaturas de los alumnos de primaria, agregamos dos columnas en las que se presentan las frecuencias relativas como números decimales y como porcentajes.

La frecuencia relativa se obtiene dividiendo su frecuencia entre el número total de datos, por ejemplo para el primer dato (121 cm) tenemos $1 \div 20 = 0.05$; y así sucesivamente.

La frecuencia relativa en porcentaje se obtiene multiplicando por 100 la frecuencia relativa, por ejemplo para el primer dato tenemos $0.05 \times 100 = 5$; y así sucesivamente.

Estaturas (cm)	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa	Frecuencia relativa (%)
121	1	0.05	5
124	1	0.05	5
128	1	0.05	5
130	1	0.05	5
132	2	0.10	10
134	2	0.10	10
136	5	0.25	25
138	1	0.05	5
140	1	0.05	5
142	2	0.10	10
144	1	0.05	5
146	1	0.05	5
150	1	0.05	5
	20	1	100

- ☑ La suma de las frecuencias absolutas es igual al total de datos u observaciones.
- ☑ La suma de las frecuencias relativas expresadas como números decimales es igual a 1.
- ☑ La suma de las frecuencias relativas expresadas como porcentajes es igual a 100.

Recuerda



Para dar respuesta a la pregunta *¿cuál es el porcentaje de alumnos que presenta una estatura menor o igual a los 140 cm?*, debemos sumar las frecuencias relativas expresadas en porcentajes de todos los datos menores a 140 cm (que en la tabla anterior hemos puesto en color rojo).

$$5 + 5 + 5 + 5 + 10 + 10 + 25 + 5 + 5 = 75\%$$

Aunque ya hemos dado respuesta a la pregunta que se nos había planteado, notará que en la tabla anterior aparecen muchos datos diferentes (13 en total). Podemos pensar en agruparlos un poco y presentarlos en otra

tabla en la que se señalen las estaturas agrupadas por **intervalos**, con el número de veces en que se presentan, cuando hacemos esto decimos que estamos elaborando una **distribución de frecuencias para datos agrupados**.

Cuando un grupo de datos tiene muchos valores diferentes en lugar de pocos valores repetidos, podemos agrupar los valores y construir una **tabla de distribución de frecuencias agrupadas en intervalos**. Esta es un resumen de la distribución de frecuencias sin agrupación de datos y es muy útil cuando los datos son muy numerosos y están muy dispersos o presentan frecuencias muy bajas.

Si bien es cierto que al agrupar los datos puede perderse un poco el detalle que ofrece la distribución de frecuencias de datos si agrupar, la distribución de frecuencias para datos agrupados nos permite una lectura más sintetizada de la distribución de los datos.

Para realizar el agrupamiento de los datos se debe realizar lo siguiente:

1. Identificar el dato mayor y el dato menor y determinar el rango ($\text{rango} = \text{dato mayor} - \text{dato menor}$), es decir, su diferencia.
2. Seleccionar un número de *intervalos*, así como su *amplitud* (número de posibles valores que puede tomar la variable discreta), de modo que el producto de éstos sea un poco mayor o igual que el rango.
3. Seleccionar un dato inicial para el primer intervalo, este debe ser igual o un poco menor al dato más pequeño. Sumar a este dato (incluyéndolo) la amplitud para formar el primer intervalo y continuar así hasta conformar todos los intervalos.

Para el caso de las estaturas de los alumnos de primaria:

1. El rango es $\text{rango} = \text{dato mayor} - \text{dato menor} = 150 - 121 = 29$.
2. Seleccionamos 3 intervalos con una amplitud de 10, por lo que $3 \times 10 = 30$, de manera que $30 > 29$.
3. Comenzamos el primer intervalo con el dato más pequeño (121 cm), de manera que al sumarle la amplitud nos quede que el primer intervalo va de 121 a 130 cm. Es importante resaltar que al “sumar la amplitud” debemos considerar al propio dato inicial como parte de ella, de tal forma que si la amplitud es de 10 unidades, sólo debemos sumar 9 unidades más al valor del dato inicial del intervalo, pues en el conteo ya estamos considerando el dato inicial (que es 121) más 9 posibles valores (122, 123, 124, 125, 126, 127, 128, 129 y 130) para un total de 10 posibles valores discretos de la variable en el intervalo.

Una vez que tenemos nuestros intervalos, en la columna de la frecuencia absoluta se coloca el número de datos que corresponde a cada intervalo; con estos valores se calculan las frecuencias relativas y sus correspondientes porcentajes.

La distribución de frecuencias de las estaturas de los alumnos, agrupadas en tres intervalos de amplitud igual a 10 queda como se muestra en la tabla de la derecha.

Intervalos de estaturas (cm)	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa	Frecuencia relativa (%)
121-130	4	0.20	20
131-140	11	0.55	55
141-150	5	0.25	25
	20	1	100

Nota que con la distribución de frecuencias agrupadas también podemos dar respuesta a la pregunta *¿cuál es el porcentaje de alumnos que presenta una estatura menor o igual a los 140 cm?*, para ello debemos sumar las frecuencias relativas expresadas en porcentajes de los dos primeros intervalos (que en la tabla anterior hemos puesto en color rojo).

$$20 + 55 = 75\%$$

Actividad 2

Analiza las tablas que se desarrollaron sobre las estaturas de los alumnos de primaria y responde las siguientes preguntas.

1. ¿Cuál fue la estatura que se presentó con mayor frecuencia y cuál fue el valor de esa frecuencia?
2. ¿Cuántos alumnos miden entre 130 cm y 140 cm?
3. ¿Qué porcentaje de alumnos presenta una estatura mayor o igual a los 130 cm?
4. ¿Cuántos alumnos presentan una estatura menor o igual a los 140 cm?
5. ¿Qué porcentaje de alumnos presenta una estatura mayor a los 130 cm?

Se pueden desarrollar tablas de distribución de frecuencias agrupadas distintas a la anterior, esto depende del número de intervalos y amplitud que seleccionemos. En general, todas las tablas de distribución de frecuencias agrupadas deben cumplir con lo siguiente.

Principios básicos para la elaboración de tablas de distribución de frecuencias agrupadas:

1. Cada intervalo debe tener la misma amplitud.
2. Los intervalos deben establecerse de modo que no se traslapen y que cada dato pertenezca a exactamente un intervalo.

Actividad 3

Para la situación presentada realiza una tabla de distribución de frecuencias agrupadas con seis intervalos y responde las preguntas que se plantean.

Las velocidades, en kilómetros por hora de 30 automóviles rastreados de manera aleatoria en la avenida principal de una ciudad aparecen a continuación.

66	75	61	72	74
78	64	77	51	58
80	76	67	78	74
79	71	57	72	75
71	62	73	59	67
66	68	60	68	65

1. ¿Qué porcentaje de los automóviles presentaron una velocidad mayor a los 70 km/hr?
2. ¿Cuántos automóviles circulaban a velocidades entre los 50 km/hr y 65 km/hr?
3. ¿En qué intervalo de velocidades se presentó la mayor frecuencia de automóviles y cuál fue su porcentaje?

Cierre:

Con lo que hemos presentado en esta sesión te pudiste dar cuenta que al organizar los datos en tablas de distribución de frecuencias podemos obtener información muy concreta de los datos que nos arroja un estudio, investigación, observación de un fenómeno natural o social o cualquier situación cotidiana de nuestro interés. También habrás notado que, de acuerdo con las cuestiones que se deseen responder, es a veces más conveniente agrupar los datos en intervalos y desarrollar su distribución de frecuencias agrupadas. Puedes encontrar más información sobre este tema en el enlace que te proporcionamos a continuación.

Para saber más...



http://formacion.desarrollando.net/cursosFiles/Femz/Curso_209/Leccion_7.2.2.swf

Evaluación:

Para finalizar el tema te pedimos que resuelvas la siguiente evaluación.

Indicaciones: En cada uno de los siguientes reactivos, selecciona la opción que corresponda a la respuesta correcta de la situación planteada.

1. Un investigador desea determinar cómo varía el peso de un grupo de estudiantes. Selecciona una muestra de 50 estudiantes y registra sus pesos en kilogramos. A continuación se muestra la tabla de distribución de frecuencias de los datos agrupados en 7 clases.

Peso (kg)	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa (%)
53-55	2	4
56-58	5	II
59-61	9	18
62-64	I	30
64-67	12	24
68-70	5	10
71-73	2	4
	50	100

Selecciona la opción de respuesta que contenga los valores que deben ir en las celdas I y II, respectivamente, para que la tabla se complete correctamente.

- A) 15, 12
- B) 15, 10
- C) 16, 10
- D) 16, 12

2. Treinta solicitantes interesados en trabajar para un programa de asistencia social, presentaron un examen diseñado para medir su aptitud para el trabajo social. A continuación se presenta la distribución de frecuencias de las calificaciones del examen.

Intervalos de calificaciones	Frecuencia absoluta	Frecuencia relativa	Frecuencia relativa (%)
41-50	2	0.07	7
51-60	3	0.10	10
61-70	4	0.13	13
71-80	5	0.17	17
81-90	9	0.30	30
91-100	7	0.23	23
	30	1	100

¿Qué porcentaje de los participantes consiguieron el trabajo si la condición era que obtuvieran una calificación mayor a los 80 puntos?

- A) 70
- B) 53
- C) 21
- D) 16

3. Durante el mes de junio se registraron las siguientes temperaturas máximas diarias en la ciudad de Guadalajara:

Temperatura °C	Frecuencia relativa
27	0.032
28	0.064
29	0.194
30	0.226
31	0.258
32	0.097
33	0.097
34	0.032

¿En cuál de las siguientes opciones se interpreta correctamente la información de la tabla anterior?

- A) La temperatura que se presentó con menor frecuencia fue de 28°C por tener el 6.4 % de los registros.
- B) El 9.7% de los registros corresponde a 32°C y 33°C de temperatura.
- C) El 3.2% de los registros corresponde a 27°C y 34°C de temperatura.
- D) La temperatura que se presentó con mayor frecuencia fue de 31° por tener el 25.8% de los registros.

4. En una encuesta se recabó el número de hijos que tienen las familias que viven en una comunidad, los resultados obtenidos se muestran a continuación:

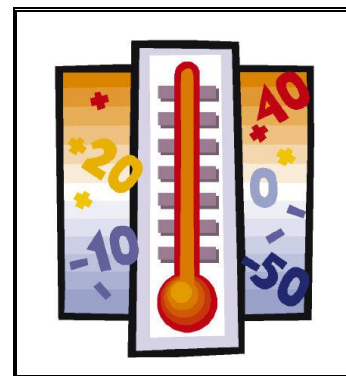
Número de hijos	Número de familias
0	3
1	9
2	16
3	10
4	3
5	1

¿En cuál de las siguientes opciones se interpreta correctamente la información de la tabla anterior?

- A) El 28 % de las familias tiene al menos 2 hijos.
- B) El 30 % de las familias tiene más de 2 hijos.
- C) El 62 % de las familias de la comunidad tiene 2 ó 3 hijos.
- D) El 69 % de las familias tiene entre 1 y 4 hijos.

TEMA 4. NÚMEROS CON SIGNO**Bloque V****Eje temático:** Sentido numérico y pensamiento algebraico**Tema:** Problemas aditivos**Contenido:** Resolución de problemas que implican el uso de la sumas y restas de números enteros.**Aprendizaje esperado:**

Resuelve problemas que impliquen el cálculo de variaciones de magnitudes con signo positivo y negativo.

**Introducción:**

En el pronóstico del tiempo mencionaron que las temperaturas máxima y mínima registradas el mes de enero de este año en el estado fueron de 31°C y -6°C , respectivamente, mientras que en el mismo mes del año pasado se registraron 33°C como máxima y -5°C como mínima.

¿Cuál fue la variación de la temperatura en el mes de enero para los años 2011 y 2012? ¿Existe alguna diferencia en las variaciones de temperatura del mes de enero de los años 2010 y 2012?

Si observas los datos que se indican en la situación anterior, notarás que dos de las temperaturas dadas tienen signo negativo. Para poder responder las preguntas planteadas necesitarás saber cómo se encuentra la “distancia” que hay entre dos magnitudes cuando una de estas es negativa, a esta distancia se le conoce como *variación* de la magnitud.

Desarrollo:

Existen muchas situaciones en las que además de utilizar cantidades dadas en números naturales, aparecen otro tipo de números conocidos como **números negativos**. Por ejemplo la utilidad diaria de una tienda se calcula a partir de sus “gastos” y sus “ventas”; un termómetro ambiental puede medir temperaturas “sobre” cero y “bajo” cero; en una bahía un faro puede encontrarse a unos metros de distancia “sobre” el nivel del mar mientras que un buzo puede estar explorando cavernas a unos cuantos metros “bajo” el nivel del mar.

A continuación te presentamos la manera en que se desarrollan algunos cálculos aritméticos cuando tratamos de determinar la “distancia” o **variación** que existe entre dos magnitudes enteras, cuando al menos una de ellas presenta signo negativo y, como parte final, introduciremos el concepto de **valor absoluto** de una cantidad entera positiva o negativa.

Un **número natural** es cualquiera de los números que se usan para contar los elementos de un conjunto. Reciben ese nombre porque fueron los primeros que utilizó el ser humano para contar objetos.

$$0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots$$

Algunos matemáticos consideran al **cero** como un número natural, mientras que otros no, sin embargo nosotros lo consideraremos dentro de este conjunto de números puesto que, si los números naturales se utilizan para contar objetos, el cero puede considerarse el número que corresponde a la ausencia de los mismos.

Recuerda

Normalmente para sumar o restar cantidades consideramos sólo números enteros positivos, es decir, números naturales, sin embargo, en muchas situaciones cotidianas podemos encontrarnos con la necesidad de obtener diferencias de cantidades en las que una de ellas aparece con signo negativo. En este tipo de casos estamos tratando con un conjunto de números diferente al conjunto de los números naturales, nos referimos al **conjunto de los números enteros**.

Los **números enteros** son un conjunto de números que incluye a los números naturales distintos de cero $(1, 2, 3, \dots)$, los negativos de los números naturales $(\dots, -3, -2, -1)$ y al cero, 0.

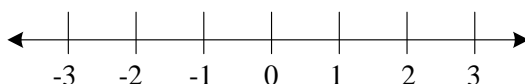
Los enteros negativos, como -1 ó -3 (se leen “menos uno”, “menos tres”, etc.), son menores que todos los enteros positivos $(1, 2, 3, \dots)$ y que el cero.

Para resaltar la diferencia entre positivos y negativos, en ocasiones se escribe un signo $+$ “mas” delante de los positivos: $+1, +3$, etc. Cuando no se le escribe signo al número se asume que es positivo.

Al igual que con los números naturales, con los números enteros podemos efectuar las operaciones de suma, resta, multiplicación y división de manera similar a los primeros. Sin embargo, en el caso de los enteros es necesario calcular también el signo del resultado. En este tema sólo presentaremos la forma en que podemos obtener la variación o distancia existente entre una cantidad positiva y una negativa, que es el caso particular de la resta a un entero positivo una cantidad negativa.

Variación de magnitudes en la recta numérica

En matemáticas se usa la recta numérica para ubicar los números enteros. Primeros se ubica en la parte central de la recta al cero, después los enteros positivos se ubican a la derecha del cero y los números negativos se ubican a la izquierda del cero.

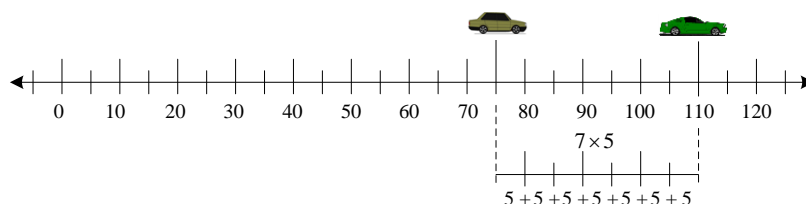


Nota que sólo a los números negativos se les coloca el signo $-$ “menos”, asumiendo que los números que no tienen ningún signo son números positivos por encontrarse a la derecha del cero.

Cuando queremos conocer la variación (diferencia o distancia) que hay entre dos cantidades podemos hacer lo siguiente:

1. Ubicar ambas cantidades en la recta numérica
2. Determinar la distancia que hay entre ambas cantidades en la recta numérica.

Por ejemplo, si en una carretera un automóvil viaja a 75 km/hr y es rebasado por otro que viaja a 110 km/hr , ¿cuál es la diferencia entre las velocidades de ambos automóviles?



En este caso tenemos dos cantidades positivas que hemos ubicado en la recta numérica. Para determinar su diferencia sumamos el número de espacios que hay entre las dos cantidades de acuerdo a la escala de la recta,

en este caso son 7 los espacios y cada uno equivale a 5 unidades (km/hr), por lo que determinamos que la diferencia entre las velocidades es:

$$5+5+5+5+5+5+5=35 \text{ km/hr} \quad \text{ó} \quad 7 \times 5 = 35 \text{ km/hr}$$

Para hacer este tipo de cálculos sin recurrir a la recta numérica debemos siempre restar la cantidad menor a la cantidad mayor (nota que la cantidad mayor siempre será la que aparezca más a la derecha de la recta numérica), de manera que la diferencia entre las velocidades nos queda como:

$$110 - 75 = 35 \text{ km/hr}$$

¿Qué sucede con la variación cuando una de las cantidades es negativa?

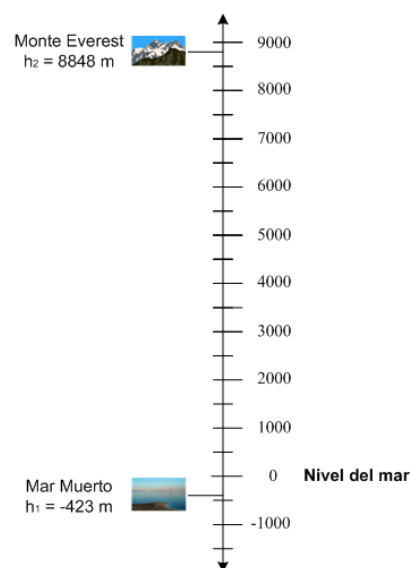
Para describir este caso consideremos la siguiente situación:

Si la altura del Monte Everest es 8848 metros por encima del nivel del mar, y por el contrario, la orilla del Mar Muerto está 423 metros por debajo del nivel del mar, es decir, su altura se puede expresar como -423 m , ¿cuál es la diferencia en la altura del Monte Everest respecto del Mar Muerto?

Podemos hacer una representación de la situación anterior con una recta numérica vertical como la de la derecha, sin embargo la escala empleada no nos permite determinar la diferencia entre las alturas de manera gráfica, como lo hicimos con las velocidades de los automóviles. En este caso recurrimos a hacer aritméticamente la resta de las alturas

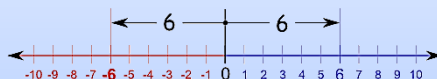
$$h_2 - h_1 = 8848 \text{ m} - (-423 \text{ m}) = 8848 \text{ m} + 423 \text{ m} = 9271 \text{ m}$$

Observa como este tipo de operaciones se convierten en realidad en una suma ya que para obtener la diferencia de alturas debemos encontrar la distancia que hay entre ambas cantidades y esto se hace sumando a las distancias que hay desde el cero a las alturas h_1 y h_2 .



Valor absoluto

La distancia de un número al cero en la recta numérica es la longitud del segmento que va del cero al número. A esta longitud se le llama **valor absoluto**, y se representa por medio de dos barras paralelas $| |$. Por ejemplo:



El "6" está a 6 de cero, y el "-6" también está a 6 de cero. Así que el valor absoluto de 6 es 6, y el valor absoluto de -6 también es 6.

$$|6| = 6 \quad ; \quad |-6| = 6$$

Observa en el ejemplo anterior que tanto 6 como -6 tienen el mismo valor absoluto, esto quiere decir que son **números simétricos**. En general se dice que dos números son simétricos si tienen diferente signo y se encuentran a la misma distancia del cero.

Actividad 1

1. En una recta numérica ubica los siguientes números y sus correspondientes números simétricos.

-6	11	5
4	-9	2
7	-3	-10

2. Determina la diferencia que existe entre cada una de las siguientes parejas de números:

9 y 3; 15 y 10; 11 y -2; 6 y -7; -15 y -2

A manera de conclusión podemos decir que:

La diferencia o variación de dos cantidades o magnitudes del mismo signo equivale al valor absoluto de la diferencia de los valores absolutos de la cantidad mayor menos la cantidad menor.

La diferencia o variación de dos cantidades o magnitudes con distinto signo equivale a la suma de los valores absolutos de ambas cantidades.

Cierre:

Antes de finalizar retomemos el problema de la introducción para solucionarlo:

En el pronóstico del tiempo mencionaron que las temperaturas máxima y mínima registradas el mes de enero de este año en el estado fueron de 31°C y -6°C , respectivamente, mientras que en el mismo mes del año pasado se registraron 33°C como máxima y -5°C como mínima.

¿Cuál fue la variación de la temperatura en el mes de enero para los años 2011 y 2012? ¿Existe alguna diferencia en las variaciones de temperatura del mes de enero de los años 2012 y 2012?

Para responder a la primera pregunta debemos calcular la variación de la temperatura en cada año y, al contar en ambos casos con temperaturas de distinto signo, sumamos sus valores absolutos.

$$2010 \Rightarrow (T_{\max} - T_{\min})_{2010} = |33|^{\circ}\text{C} + |-5|^{\circ}\text{C} = 33^{\circ}\text{C} + 5^{\circ}\text{C} = 38^{\circ}\text{C}$$

$$2011 \Rightarrow (T_{\max} - T_{\min})_{2011} = |31|^{\circ}\text{C} + |-6|^{\circ}\text{C} = 31^{\circ}\text{C} + 6^{\circ}\text{C} = 37^{\circ}\text{C}$$

Ahora que tenemos las variaciones de cada año procedemos a calcular la diferencia entre estas y; al ser ambas cantidades positivas, nuestro resultado es igual a su diferencia.

$$(T_{\max} - T_{\min})_{2010} - (T_{\max} - T_{\min})_{2011} = 38^{\circ}\text{C} - 37^{\circ}\text{C} = 1^{\circ}\text{C}$$

En este tema te hemos presentado la manera en que se desarrollan algunos cálculos aritméticos cuando tratamos de determinar la “distancia” o **variación** que existe entre dos magnitudes enteras, cuando al menos una de ellas presenta signo negativo.

Puedes encontrar más información sobre este tema en los enlaces que te proporcionamos a continuación.

Para saber más...

<http://ntic.educacion.es/w3/eos/MaterialesEducativos/primaria/matematicas/conmates/unid-3/numeros-enteros1.htm>

<http://ntic.educacion.es/w3/eos/MaterialesEducativos/primaria/matematicas/conmates/unid-4/numeros-enteros2.htm>

Evaluación:

Para finalizar el tema te pedimos que resuelvas la siguiente evaluación.

Indicaciones: En cada uno de los siguientes reactivos, selecciona la opción que corresponda a la respuesta correcta de la situación planteada.

1. Se desea tender un cable vertical desde la azotea de un edificio de 7 pisos hasta el sótano del mismo. Si se sabe que la salida para el cable que hay en el sótano se encuentra a 7m por debajo del suelo y cada piso tienen una altura de 5 m, ¿cuál es la longitud mínima que debe tener el cable?

- A) 12 m
- B) 28 m
- C) 35 m
- D) 42 m

2. Existen en el planeta varios sitios ubicados a una altura por debajo del nivel del mar. Por ejemplo el Mar de Galilea en Israel se encuentra a -208 m del nivel del mar, mientras que el Mar Caspio en Asia se ubica a -28 m del nivel del mar. ¿Cuál es la variación en las alturas entre estas dos localidades del planeta?

- A) -180 m
- B) 180 m
- C) -236 m
- D) 236 m

3. Un día en el desierto se registró una temperatura de 52°C en la tarde y en la noche el termómetro marco -15°C . ¿Cuál es la diferencia entre estas temperaturas?

- A) 37°C
- B) -37°C
- C) 67°C
- D) -67°C

4. Ciudad Madera, ubicada al Noreste del estado de Chihuahua es considerado uno de los puntos más fríos del país y en el pasado invierno registró una temperatura mínima de -11°C , considerada la temperatura más baja del año en todo el país. Por otra parte, ciudad de Mexicali fue la que registró una mayor temperatura en el país durante el verano pasado. Si la variación de las temperaturas máxima y mínima en el país el año pasado fue de 59°C , ¿Cuál fue la temperatura máxima registrada en Mexicali el verano pasado?

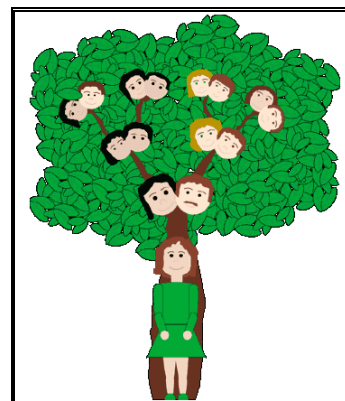
- A) 70°C
- B) 48°C
- C) -48°C
- D) -70°C

5. En una fotografía tomada desde un crucero en el mar se observa un faro que se encuentra en un acantilado de aproximadamente 105 m de altura sobre el nivel del mar. Si se sabe que la cubierta del crucero se encuentra aproximadamente a 20 m del nivel del mar, ¿Cuál es la variación entre la altura a la que se encuentra el faro y la altura de cubierta del crucero desde dónde fue tomada la foto?

- A) -85 m
- B) 85 m
- C) -125 m
- D) 125 m

TEMA 5. POTENCIAS Y RAIZ CUADRADA**Bloque V****Eje temático:** Sentido numérico y pensamiento algebraico**Tema:** Problemas multiplicativos**Contenido:** Resolución de problemas que impliquen el cálculo de la raíz cuadrada y la potencia de exponente natural de números naturales y decimales**Aprendizaje esperado:**

Resuelve problemas que impliquen el cálculo de la raíz cuadrada de números naturales en situaciones cotidianas.

**Introducción:**

Claudia estuvo conversando con sus papás sobre sus antepasados y durante la conversación sus papás le enseñaron una fotografía de cada uno de sus abuelos, bisabuelos y tatarabuelos. ¿Cuántas fotografías vio en total Claudia?

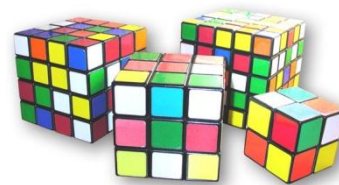
Existen varias formas de responder a la pregunta planteada en la situación anterior, sin embargo aquí te mostraremos una forma muy útil para representar numéricamente este tipo de situaciones y resolverlas de manera sencilla, para ello necesitarás aprender un poco sobre **potencias y raíces cuadradas de números naturales** que es lo que te presentaremos a continuación.

Desarrollo:

Para introducirnos en el concepto de potencia de un número natural considera la siguiente situación:

Los Cubos de Rubik son rompecabezas mecánicos en forma de cubo cuyas caras están compuestas por pequeños cubos y, cuando están resueltos, cada cara es de un mismo color. Existen principalmente cuatro versiones del cubo de Rubik,

- ❖ Cubo de bolsillo, conformado por 2 cubos de largo, 2 cubos de alto y 2 cubos de ancho, es decir $2 \times 2 \times 2$ cubos en total.
- ❖ Cubo Estándar, conformado por 3 cubos de largo, 3 cubos de alto y 3 cubos de ancho, es decir $3 \times 3 \times 3$ cubos en total.
- ❖ La venganza de Rubik, conformado por 4 cubos de largo, 4 cubos de alto y 4 cubos de ancho, es decir $4 \times 4 \times 4$ cubos en total.
- ❖ Cubo del Profesor, conformado por 5 cubos de largo, 5 cubos de alto y 5 cubos de ancho, es decir $5 \times 5 \times 5$ cubos en total.



Observa que, para expresar el número total de cubos que tienen las distintas versiones del cubo de Rubik hemos multiplicamos 3 veces el mismo número ya que, por tratarse de un cubo, sus tres dimensiones (largo, alto y ancho) miden exactamente lo mismo. Esto es equivalente a calcular el volumen de cada cubo.

El volumen de un cubo se calcula multiplicando su largo por su ancho por su alto y, como estas tres dimensiones son iguales, llamamos a cada una de ellas arista " a " del cubo; de manera que el volumen del cubo se calcula como:

$$V = a \times a \times a$$

Recuerda

Las multiplicaciones que hacemos cuando calculamos el volumen de un cubo tienen una singularidad, en todas se repite el mismo factor en la operación.

Potencias de números naturales

La operación que consiste en multiplicar un factor natural reiteradamente se denomina **potencia de números naturales** y ésta es un caso particular de la multiplicación de números naturales.

Cada multiplicación de factores reiterados puede escribirse en *notación de potencia*, así por ejemplo

$$\begin{array}{ll} 4 \times 4 \times 4 & \text{se escribe } 4^3 \\ 6 \times 6 \times 6 \times 6 & \text{se escribe } 6^4 \\ 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 & \text{se escribe } 2^7. \end{array}$$

Los elementos que aparecen en la notación de potencias se identifican como:

$$\begin{array}{c} 5^3 \leftarrow \text{exponente} \\ \leftarrow \text{base} \end{array}$$

En el ejemplo anterior, al 5 se denomina base de la potencia, y es el factor que se reitera en la multiplicación; al 3 se denomina exponente de la potencia e indica el número de veces que se repite la base como factor. De esta forma, decimos que 5^3 es una “potencia de base 5 y exponente 3”.

$$5^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$$

Existen otras formas más habituales de referirse a una potencia. Por ejemplo, 4^5 se puede leer “4 elevado a la quinta”; “4 a la quinta” o “la quinta potencia de 4”. Lo de “elevado” hace referencia a que en la notación de potencias el exponente se escribe más alto que la base.

Cuando se trata de los exponentes 2 y 3 la lectura varía. Así, 5^2 se puede leer “la segunda potencia de 5”, “5 elevado al *cuadrado*”, “el *cuadrado* de 5” o “5 al *cuadrado*”. Análogamente, 7^3 se puede leer “la tercera potencia de 7”, “el *cubo* de 7”, “7 elevado al *cubo*” o “7 al *cubo*”.

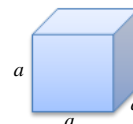
El uso de los términos “cuadrado” y “cubo” para describir a la segunda y tercera potencia proviene de dos situaciones geométricas específicas:

- ☒ El área de un *cuadrado* se calcula mediante la potencia l^2 , dónde l corresponde a la longitud del *lado* del cuadrado.
- ☒ El volumen de un *cubo* (como ya lo mencionamos) se calcula, mediante la potencia a^3 , dónde a corresponde a la longitud de la *arista* del cubo.

$$\text{Área} = l \times l = l^2$$



$$\text{Volumen} = a \times a \times a = a^3$$



Muchas veces, cuando necesitamos calcular el valor de una potencia, basta con hacer la multiplicación mentalmente, esto es fácil cuando la base o el exponente o ambos son pequeños. Por ejemplo, $2^5 = 32$, $10^2 = 100$, $3^2 = 9$, etc. Tu habilidad para realizar mentalmente el cálculo de potencias se incrementará conforme te vayas habituando más a ellas, mientras tanto puedes emplear un paso intermedio, esto es “expandir” la potencia escribiendo el producto de la base como factor tantas veces como nos lo indique el exponente, para después realizar el cálculo del producto.

$$12^2 = 12 \times 12 = 144$$

$$9^3 = 9 \times 9 \times 9 = 729$$

$$7^4 = 7 \times 7 \times 7 \times 7 = 2401$$

$$4^5 = 4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4 = 1024$$

Actividad 1

Realiza la expansión de las siguientes potencias y calcula el producto final.



$$11^2 =$$

$$6^3 =$$

$$5^4 =$$

$$3^5 =$$

$$2^6 =$$

En ocasiones no basta con saber “leer” las potencias y calcular su valor cuando se nos presentan, por ejemplo, saber calcular la potencia 2^5 como $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$. También resulta útil habituarnos a proceder en sentido inverso, es decir, a identificar las potencias cuando éstas se nos presentan desarrolladas. Por ejemplo, en el caso anterior, saber que 32 es la quinta potencia de 2.

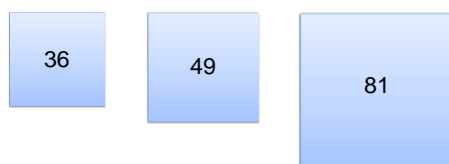
En relación a lo anterior, te presentamos en la tabla de la derecha la segunda y tercera potencia de los 10 primeros números enteros.

Número	Cuadrado	Cubo
1	1	1
2	4	8
3	9	27
4	16	64
5	25	125
6	36	216
7	49	343
8	64	512
9	81	729
10	100	1000

Raíz cuadrada

Observa la tabla de arriba, haciendo un recorrido por los valores de la primera y segunda columna, podemos afirmar que 36 es el *cuadrado* de 6; 49 es el *cuadrado* de 7; 81 es el *cuadrado* de 9; etc. ¿Cómo podríamos interpretar geométricamente las afirmaciones anteriores?

Ya habíamos mencionado que cuando tratamos de potencias, el término “cuadrado” proviene de la situación geométrica de calcular el *área de un cuadrado* al elevar la longitud de su lado a la segunda potencia. Pero ¿qué tendríamos que hacer si en lugar de calcular el área de un cuadrado a partir de la longitud de su lado tuviéramos que calcular la longitud de su lado a partir del conocimiento de su área?



Los cuadrados anteriores nos muestran en su interior el valor numérico de su área, ¿Cuánto vale el lado de cada cuadrado? Como ya se mencionó antes, sabemos que 36 es la segunda potencia de 6, por lo que el lado del primer cuadrado es 6. Bajo el mismo razonamiento sabemos que los lados del segundo y tercer cuadrado son 7 y 9, respectivamente.

Cuando queremos saber la longitud del lado de un cuadrado a partir de su área realizamos una operación inversa a obtener la segunda potencia de un número; esta operación se conoce como **raíz cuadrada**.

En general, la raíz cuadrada de un número “A” es aquel número “b” que elevado al cuadrado nos da el número A. Lo anterior se simboliza de la siguiente manera:

$$\sqrt{A} = b, \text{ si y sólo si } b^2 = A$$

Por ejemplo:

$$\sqrt{16} = 4 \text{ porque } 4^2 = 16$$

$$\sqrt{36} = 6 \text{ porque } 6^2 = 36$$

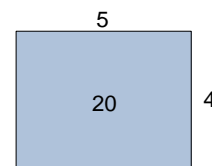
$$\sqrt{49} = 7 \text{ porque } 7^2 = 49$$

En los ejemplos anteriores todos los números tienen una raíz cuadrada entera (4, 6 y 7 son números enteros), sin embargo no siempre es así y existen muchos números enteros cuya raíz cuadrada no es un entero. ¿Cómo calcularías la raíz cuadrada de 20?

Podemos considerar varias alternativas para responder a lo anterior pues existen procedimientos aritméticos para calcular la raíz cuadrada, o podemos simplemente usar la calculadora. Aquí te presentamos un procedimiento geométrico para aproximar raíces cuadradas no enteras de números enteros.

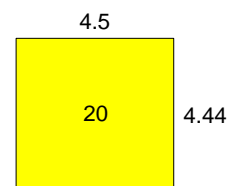
Tenemos que encontrar la raíz cuadrada de 20, para ello partiremos de una figura que pertenece a la misma familia de los cuadrados por tener también cuatro lados, el rectángulo. La idea es irnos aproximando, a partir de un rectángulo de área igual a 20 a un cuadrado de la misma área “manipulando” sus lados.

Un rectángulo que tiene un área de 20 podría ser el que tiene un lado que mide 5 y otro que mide 4 (rectángulo azul).



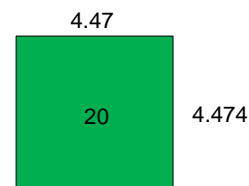
Para hacer nuestra primera aproximación promediamos la medida de los lados del rectángulo $\frac{5+4}{2} = 4.5$.

Ahora construimos un rectángulo que tenga un lado igual a 4.5 y cuya área sea 20, para ello necesitamos determinar la medida del segundo lado del rectángulo y esto lo hacemos dividiendo el área entre el lado que ya tenemos, esto es $20 \div 4.5 = 4.44$. Nota que nuestro nuevo rectángulo (rectángulo amarillo) de lados 4.5 y 4.44 se aproxima ya mucho a un cuadrado.



Nuevamente promediamos la medida de los lados de nuestro rectángulo para construir un rectángulo más (rectángulo verde) y, a partir de este valor, calculamos el valor del segundo lado de manera que el área nos resulte igual a 20.

$$\frac{4.5 + 4.44}{2} = 4.47 \quad ; \quad 20 \div 4.47 = 4.474$$



El rectángulo verde es un rectángulo de lados 4.47 y 4.474 el cual es prácticamente igual a un cuadrado de lado 4.47, podemos continuar con este procedimiento de acuerdo a la exactitud con la que queramos expresar nuestro resultado final, sin embargo consideramos que dos cifras decimales son suficientes por el momento, entonces podemos decir que

$$\sqrt{20} = 4.47$$

Actividad 2



Empleando el procedimiento geométrico mostrado, aproxima a dos cifras decimales la longitud del lado de los cuadrados que tienen un área de:

50

24

32

Ya que te hemos presentado algunos conceptos básicos sobre las operaciones de potencia y raíz cuadrada de números naturales estamos en condiciones de dar respuesta a la situación que planteamos en la introducción.

Claudia estuvo conversando con sus papás sobre sus antepasados y durante la conversación sus papás le enseñaron una fotografía de cada uno de sus abuelos, bisabuelos y tatarabuelos. ¿Cuántas fotografías vio en total Claudia?

Dividamos el problema en cuatro partes:

1. ¿Cuántos abuelos tiene Claudia?

Como su papá y su mamá son 2 personas distintas y a cada uno le corresponde un papá y una mamá (2 personas distintas), entonces

$$\text{Claudia tiene } 2^2 = 2 \times 2 = 4 \text{ abuelos.}$$

2. ¿Cuántos bisabuelos tiene Claudia?

A cada abuelo de Claudia le corresponde un papá y una mamá (dos personas distintas), entonces

$$\text{Claudia tiene } 2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8 \text{ bisabuelos.}$$

3. ¿Cuántos tatarabuelos tiene Claudia?

A cada bisabuelo de Claudia le corresponde un papá y una mamá (dos personas distintas), entonces

$$\text{Claudia tiene } 2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16 \text{ tatarabuelos.}$$

4. ¿Cuántas fotos vio en total Claudia?

Si Claudia vio una foto de cada una de estas personas entonces debemos sumar el número de abuelo, bisabuelos y tatarabuelos de Claudia para llegar a la respuesta.

$$4 \text{ abuelos} + 8 \text{ bisabuelos} + 16 \text{ tatarabuelos} = 28 \text{ fotos}$$

Cierre:



En este tema te hemos presentado algunos conceptos básicos sobre las operaciones de potencia y raíz cuadrada de números naturales y la forma en que éstas nos auxilian para resolver algunas situaciones que nos encontramos en la vida cotidiana. Como pudiste notar, el elevar un número al cuadrado y obtener la raíz cuadrada de un número son operaciones inversas ya que, si aplicamos a un número una operación y después la otra nos queda el número original.

Puedes encontrar más información sobre este tema en los enlaces que te proporcionamos a continuación.

Para saber más...



http://www2.gobiernodecanarias.org/educacion/17/WebC/eltanque/laspotencias/inicio/potencias_p.html

<http://ntic.educacion.es/w3/eos/MaterialesEducativos/primaria/matematicas/conmates/unid-5/potencias.htm>

Evaluación:

Para finalizar el tema te pedimos que resuelvas la siguiente evaluación.

Indicaciones: En cada uno de los siguientes reactivos, selecciona la opción que corresponda a la respuesta correcta de la situación planteada.

1. En la bodega de una papelería tienen 5 cajas con 5 paquetes de lápices cada una. Si en cada paquete hay 5 plumas, ¿cuántas plumas hay en total en la bodega?

- A) 15
- B) 25
- C) 125
- D) 625

2. Las bacterias son seres vivos minúsculos que se reproducen dividiéndose por la mitad cada cierto tiempo. Si un tipo de bacteria se divide cada minuto y en un experimento de cultivo de bacterias se comienza con una de estas bacterias, ¿Cuántas bacteria habrá al cabo de 8 minutos?

- A) 32
- B) 64
- C) 128
- D) 256

3. Lucía tiene un tablero de ajedrez con área de 441 centímetros cuadrados y necesita conocer cuanto mide cada lado del tablero para fabricar otros. ¿Cuántos centímetros mide dicho lado?

- A) 21
- B) 22
- C) 30
- D) 44

4. Juan trabaja en una fábrica de chocolates y tiene que empaquetar chocolates en cajas cuadradas de modo que haya el mismo número de chocolates en cada fila de la caja. ¿Cuántos bombones tendrá que colocar en cada fila si a una caja le caben un total de 196 chocolates?

- A) 12
- B) 14
- C) 16
- D) 18

5. Un carpintero tiene que hacer una mesa cuadrada de 5400 cm^2 de área, ¿Cuántos centímetros medirá cada lado de la mesa?

- A) 60.0
- B) 73.5
- C) 80.0
- D) 93.5

TEMA 6. SUCESIONES DE NÚMEROS ENTEROS

Bloque V

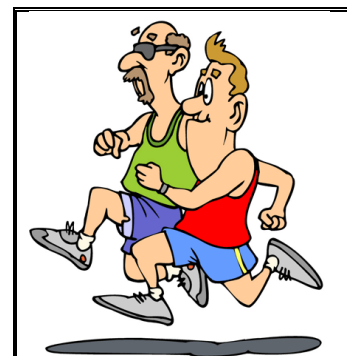
Eje temático: Sentido numérico y pensamiento algebraico

Tema: Patrones y ecuaciones

Contenido: Obtención de la regla general (en lenguaje algebraico) de una sucesión con progresión aritmética.

Aprendizaje esperado:

Define en forma algebraica la regla que genera una determinada sucesión.



Introducción:



En una carrera tipo maratón que va de la ciudad de Guanajuato a la ciudad de León los organizadores tienen la indicación de colocar puestos para repartir agua a los competidores en los siguientes números de kilómetros: 3, 10, 17, 24, 31, 38,... ¿Cuál es la expresión algebraica que deben seguir los organizadores para colocar puestos de agua para todo el recorrido del maratón?

En el problema anterior sabemos los números de kilómetros en los que se colocarán puestos para repartir agua y nos piden encontrar una regla para determinar de manera rápida, por ejemplo, en cuál kilómetro se ubicará el puesto número 13. A continuación te mostraremos el procedimiento para desarrollar **expresiones algebraicas** que nos dan la regla para definir los valores de una determinada **sucesión de números enteros**.

Desarrollo:



Para entender ciertas **sucesiones de números enteros**, es importante obtener una **regla algebraica**, la cual irá generando los números que forman la sucesión. A continuación te presentamos algunos ejemplos de cómo construir sucesiones de números con signo a partir de una regla dada, así también obtener la regla que genera una sucesión de números con signo.

Para ello, es importante recordar la definición de **sucesión**, identificar el patrón que sigue la sucesión para generar los términos, los cuales pueden ser números enteros positivos y negativos.

Sucesiones de números enteros

Se llama **sucesión de números** a un conjunto de números colocados uno a continuación de otro, a los cuales se les denomina **términos de la sucesión**. Por ejemplo:

$3, 6, 9, 12, \dots$ es una sucesión de números naturales

$-4, -1, 2, \dots$ es una sucesión de números enteros.

Recuerda



La posición de los términos de una sucesión va desde 1, 2, 3, 4, 5 hasta n , donde n pertenece al **conjunto de números naturales**. Por ejemplo, en la sucesión $3, 6, 9, 12, \dots$ al 3 le corresponde $n = 1$, al 6 le corresponde $n = 2$, al 9 le corresponde $n = 3$ ya que el valor de n nos indica el lugar que corresponde al término de la sucesión.

El **término general** o **regla algebraica** en una sucesión, es una expresión matemática que nos permite determinar el valor de cualquier término de la sucesión a partir de su posición. En el caso de la sucesión $3, 6, 9, 12, \dots$ la regla algebraica es $3n$ porque observamos que los valores corresponden a $3 \times 1, 3 \times 2, 3 \times 3, \dots, 3 \times n$.

Una técnica para obtener la regla algebraica es

1. Multiplicar la posición de un elemento que seleccionemos de la sucesión por la diferencia que hay entre dos términos consecutivos de la sucesión.
2. El resultado de esta multiplicación lo restamos al valor del elemento seleccionado de la sucesión.
3. Formar un binomio en el que el primer elemento sea el producto de la diferencia entre términos consecutivos y n ; y el segundo elemento sea el resultado que obtenemos en el paso anterior.

Recuerda

En álgebra, un binomio consta únicamente de dos términos, separados por un signo de más (+) o de menos (-). En otras palabras, es una expresión algebraica formada por la suma de dos monomios.



Vamos a mostrar lo anterior desarrollando algunos ejemplos.

1.- Considera la sucesión:

$$-4, -1, 2, 5, 8, \dots$$

Observa que la diferencia entre dos términos consecutivos es 3. Por lo que, si seleccionamos, por ejemplo, la segunda posición ($n=2$), tenemos que

1. El producto de la posición seleccionada por la diferencia entre dos términos consecutivos es $2 \times 3 = 6$.
2. El resultado de restar el valor determinado en el paso anterior al valor del elemento seleccionado de la sucesión (-1) es $-1 - 6 = -7$.
3. El binomio que formamos con los valores determinados en los pasos anteriores es $3n - 7$. Que corresponde a la expresión algebraica que genera todos los elementos de la sucesión a partir de su posición.

Para corroborar lo anterior observa la siguiente tabla

Posición de los términos de la sucesión (valores de n).	Diferencia entre el valor correspondiente a la posición n y su consecutivo	Producto de n y la diferencia entre términos consecutivos	Diferencia entre el producto de la columna anterior y el valor correspondiente a la posición n
$n = 1$	$-1 - (-4) = 3$	$1 \times 3 = 3$	$-4 - 3 = -7$
$n = 2$	$2 - (-1) = 3$	$2 \times 3 = 6$	$-1 - 6 = -7$
$n = 3$	$5 - 2 = 3$	$3 \times 3 = 9$	$2 - 9 = -7$
$n = 4$	$8 - 5 = 3$	$4 \times 3 = 12$	$5 - 15 = -7$

Notarás que con cualquiera de los renglones de la tabla podemos formar el binomio $3n - 7$, utilizando el producto de n por el resultado de la segunda columna y sumando el resultado de la cuarta columna.

La **diferencia** entre dos términos consecutivos de una sucesión se calcula al restar a un término el término inmediato anterior. En las sucesiones en las que la diferencia entre dos términos consecutivos es **constante**, cada término se obtiene sumando o restando una misma cantidad al término anterior. Es importante indicar qué número es el primer término de la sucesión, de lo contrario se pueden obtener muchas sucesiones utilizando la misma regla.

La principal ventaja de obtener la regla algebraica de una sucesión es que con ella podemos calcular cualquier término de la sucesión por más grande que sea su posición. Por ejemplo ¿cuál es el valor en la sucesión del término correspondiente a la posición 114?

Para determinar este valor debemos sustituir la posición en nuestro binomio, por lo que

$$3n - 7 = 3(114) - 7 = 335$$

Otra pregunta interesante que podemos analizar es ¿qué posición ocupa cierto número en la sucesión? Sabemos, por ejemplo, que el número 8 ocupa posición 5 en la sucesión, pero para un número muy grande como 434, ¿cómo determinamos la posición?

Lo que se debe hacer es, al número dado restarle el segundo elemento del binomio que conforma la expresión algebraica de la sucesión y dividir el resultado entre el coeficiente (número) del primer término del binomio.

En este caso tenemos el binomio $3n - 7$, por lo que, si queremos saber la posición del número 434, la operación que debemos hacer es

$$n = \frac{434 - (-7)}{3} = \frac{441}{3} = 147$$

por tanto, la posición que ocupa el término 434 en la sucesión es 147.

Nota que un número dado formará parte de una sucesión si y sólo si el resultado de buscar su posición en la sucesión es un **número natural** (entero positivo). De lo contrario, el número no formará parte de la sucesión.



Un **número natural** es cualquiera de los números que se usan para contar los elementos de un conjunto. Reciben ese nombre porque fueron los primeros que utilizó el ser humano para contar objetos.

Recuerda



En el ejemplo anterior te hemos presentado una sucesión en la que los términos están creciendo, el siguiente ejemplo es una sucesión en la que sucede lo contrario, es decir, los términos están decreciendo.

2.- Considera la sucesión:

$$15, 6, -3, -12, \dots$$

La diferencia entre dos términos consecutivos es -9 . Por lo que, si seleccionamos, por ejemplo, la tercera posición ($n = 3$), tenemos que

1. El producto de la posición seleccionada por la diferencia entre dos términos consecutivos es $3 \times (-9) = -27$.

2. El resultado de restar el valor determinado en el paso anterior al valor del elemento seleccionado de la sucesión (-3) es $-3 - (-27) = -3 + 27 = 24$.
3. El binomio que formamos con los valores determinados en los pasos anteriores es $-9n + 24$. Que corresponde a la expresión algebraica que genera todos los elementos de la sucesión a partir de su posición.

Ahora que hemos determinado la expresión algebraica $-9n + 24$, correspondiente la sucesión podemos responder a preguntas como las siguientes:

¿Cuál es el valor en la sucesión del término correspondiente a la posición 57?

Para determinar este valor debemos sustituir la posición en nuestro binomio, por lo que

$$-9n + 24 = -9(57) + 24 = -489$$

¿Qué posición ocupa -768 en la sucesión?

Restando al número dado el segundo elemento del binomio $-9n + 24$ y dividiendo el resultado el entre el coeficiente (número) del primer término del mismo binomio tenemos que

$$n = \frac{-768 - 24}{-9} = \frac{-792}{-9} = 88$$

Ya hemos presentado un par de ejemplos en los que se determinaron las expresiones algebraicas que caracterizan una sucesión de números enteros. Ahora presentamos un ejemplo en el que, a partir de la expresión algebraica, determinamos los primeros elementos que forman la serie.

3.- Si tenemos la regla algebraica $-5n + 7$, ¿Cuál es la sucesión que genera? ¿Es una sucesión que va creciendo o decreciendo?

En principio, podemos obtener importante información de la regla algebraica que se da, sabemos que el número n se debe multiplicar por la diferencia que hay entre dos términos de la sucesión, es decir se tiene una diferencia de -5 , Para calcular los primeros tres términos de la sucesión en la regla algebraica $-5n + 7$ se sustituyen $n = 1$, $n = 2$ y $n = 3$ de manera que

$$-5(1) + 7 = -5 + 7 = 2$$

$$-5(2) + 7 = -10 + 7 = -3$$

$$-5(3) + 7 = -15 + 7 = -8$$

Si continuamos de la misma forma, veremos que la sucesión que se genera con la expresión algebraica $-5n + 7$ es

$$2, -3, -8, -13, -18, -23, \dots$$

y, como se ve, la sucesión contiene términos que van disminuyendo. ¿A que se debe esto?

Para las sucesiones en las que la diferencia entre dos términos consecutivos es una constante se tiene que:

- a) Si la constante es positiva, entonces los términos van aumentando.
- b) Si la constante es negativa, entonces los términos van disminuyendo.

Actividad 1

Realiza lo que se indica a continuación.



1. Relaciona las sucesiones del lado izquierdo con su correspondiente regla algebraica del lado derecho, escribiendo en el paréntesis la letra correspondiente.

Sucesión	Regla algebraica
() $-11, -6, -1, 4, 14, 19, 24, \dots$	a) $4n - 15$
() $-13, -8, -3, 2, 7, 12, 17, \dots$	b) $5n - 18$
() $-7, -3, 1, 5, 9, 13, 17, 21, \dots$	c) $4n - 11$
() $-11, -7, -3, 1, 5, 9, 13, \dots$	d) $-4n + 10$
() $6, 2, -2, -6, -10, -14, -18, \dots$	e) $5n - 16$

2. En la sucesión correspondiente al inciso e) de ejercicio anterior, ¿Cuál es el término de la sucesión en la posición 117?

3. En qué posición se encuentra el número 169 dentro de la sucesión que genera la regla algebraica $4n - 11$.

Antes de finalizar retomemos el problema de la introducción para solucionarlo:

En una carrera tipo maratón que va de la ciudad de Guanajuato a la ciudad de León los organizadores tienen la indicación de colocar puestos para repartir agua a los competidores en los siguientes números de kilómetros: 3, 10, 17, 24, 31, 38,... ¿Cuál es la expresión algebraica que deben seguir los organizadores para colocar puestos de agua para todo el recorrido del maratón?

La sucesión que define el problema es

$3, 10, 17, 24, 31, 38, \dots$

La diferencia entre dos términos consecutivos es 7. Por lo que, si seleccionamos, por ejemplo, la primera posición ($n=1$), tenemos que

1. El producto de la posición seleccionada por la diferencia entre dos términos consecutivos es $1 \times 7 = 7$.
2. El resultado de restar el valor determinado en el paso anterior al valor del elemento seleccionado de la sucesión (3) es $3 - 7 = -4$.
3. El binomio que formamos con los valores determinados en los pasos anteriores es $7n - 4$. Que corresponde a la expresión algebraica que genera todos los elementos de la sucesión a partir de su posición.

Cierre:

En esta sesión hemos desarrollado algunos ejemplos donde se presentaron técnicas para obtener la regla algebraica de una sucesión dada, analizar la sucesión y obtener información importante de ella. Se analizaron sucesiones donde los términos están aumentando y sucesiones donde los términos están disminuyendo. Y también obtuvimos los términos de la sucesión correspondiente, dada una regla algebraica

Puedes encontrar más información sobre este tema en los enlaces que te proporcionamos a continuación.

Para saber más...

<http://iap-ec.com/PreVirtual/files/matematicas/content/flash/sucesiones%20y%20progresiones/progresiones.swf>
http://telesecundaria.dgme.sep.gob.mx/interactivos/2_segundo/2_Matematicas/2m_b03_t01_s01_de_scartes/TS_2_index.html



Evaluación:

Para finalizar el tema te pedimos que resuelvas la siguiente evaluación.

Indicaciones: En cada uno de los siguientes reactivos, selecciona la opción que corresponda a la respuesta correcta de la situación planteada.

1. ¿Cuáles son los primeros 4 términos de una sucesión con regla algebraica $-12n + 2$?

- A) $-10, -22, -34, -46, \dots$
- B) $10, 22, 34, 46, \dots$
- C) $-12, 0, 12, 24, \dots$
- D) $12, 0, -12, -24, \dots$

2. ¿Cuáles son los respectivos números que hacen falta en la sucesión $_, -3, 8, 19, _, 41, 52, _, \dots$?

- A) $14, 30, 63$
- B) $-14, 30, 63$
- C) $11, 33, 60$
- D) $-11, 33, 60$

3. Se tiene la sucesión $8, 11, 14, 17, 20, \dots$, identifica la regla algebraica que genera a la sucesión.

- A) $n + 8$
- B) $5n + 5$
- C) $3n + 5$
- D) $n + 3$

4. Se tiene la sucesión $-14, -6, 2, 10, 18, \dots$, identifica la regla algebraica que genera a la sucesión.

- A) $14n + 8$
- B) $8n + 14$
- C) $22n - 8$
- D) $8n - 22$

5. Se tiene la sucesión $1, -8, -17, -26, \dots$ identifica la regla algebraica que genera a la sucesión.

- A) $-9n - 1$
- B) $-n - 9$
- C) $-9n + 10$
- D) $-10n + 9$

TEMA 7. CÍRCULO Y CIRCUNFERENCIA

Bloque V

Eje temático: Forma, espacio y medida

Tema: Medida

Contenido: Uso de las fórmulas para calcular el perímetro y el área del círculo en la resolución de problemas.

Aprendizaje esperado:

Resuelve problemas que impliquen calcular el área y/o perímetro de un círculo a partir de sus fórmulas.



Introducción:



En el patio de la casa de José hay un tambo de forma cilíndrica en el que se almacena agua. En otoño caen muchas hojas de árbol al tambo, pues está descubierto, y por tal motivo el papá de José ha hecho una tapa circular de madera que cubre exactamente la superficie superior del tambo.

José recordó que en la escuela recientemente había aprendido algunas cosas sobre las superficies circulares y se propuso determinar el perímetro de la tapa que hizo su papá y la superficie que ésta cubre. ¿A qué resultados llegó José si encontró que el diámetro de la tapa del tambo medía 1.4 m?

Observa que en el problema se menciona que el tambo tiene forma cilíndrica y, por tanto, que la tapa es *circular*. También, se menciona que lo que cubre la tapa es una superficie y que, para determinar esta *superficie circular*, José midió el *diámetro* de la tapa. En geometría existe una relación muy estrecha entre tres conceptos que están implícitos en este problema, los cuales son **circunferencia**, **círculo** y **radio**. A continuación te presentaremos como se relacionan estos tres conceptos y te mostraremos su utilidad para resolver una gran variedad de problemas o situaciones en la vida cotidiana.

Desarrollo:

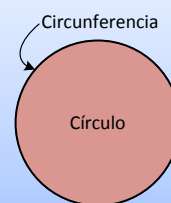


A continuación te presentamos los conceptos de **circunferencia**, **círculo** y **radio** y cómo es que éstos se relacionan en la geometría a través del famoso número “pi” (π). También te mostraremos la utilidad de estos conceptos geométricos para resolver problemas en la vida cotidiana, cuando requerimos determinar la longitud (**perímetro**) de una circunferencia o la superficie (**área**) que cubre un círculo.

Es común que cuando hablamos de objetos “redondos” consideremos los conceptos de circunferencia y círculo como sinónimos, sin embargo, aunque están estrechamente relacionados, éstos son dos conceptos distintos.

La **circunferencia** se define como una *línea* formada por todos los puntos de un plano que “equidistan” (están a la misma distancia) de un mismo punto llamado *centro* de la circunferencia. Así pues, estamos hablando de una línea cerrada.

El **círculo**, es justamente la región dentro del plano que se encuentra al interior de una circunferencia.



Puedes darte cuenta que estos dos conceptos están ligados, es decir, todo círculo determina una circunferencia y toda circunferencia determina un círculo. Aun así, es importante que distingas que el círculo es una región del plano y que la circunferencia es una línea.



El compás es un instrumento muy útil para trazar circunferencias y delimitar círculos. Toma tu compás con cierta abertura, ya sea 2 cm, 4 cm, etc., con esto puedes obtener círculos de diferentes tamaños.

Recuerda

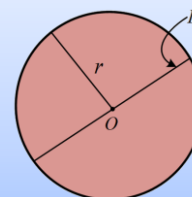


Elementos principales en una circunferencia

El **centro** de una circunferencia es el punto fijo de la cual “equidistan” todos los puntos de la circunferencia. Normalmente se denota con la letra O .

Se denomina **radio** al segmento de recta que une el centro con cualquier punto de la circunferencia. Se acostumbra a denotarlo con la letra r .

El **diámetro** es el segmento de recta que pasa por el centro de la circunferencia y tiene como extremos dos puntos de la circunferencia. Es comúnmente denotado por la letra D .



De lo anterior podemos deducir entonces que:

1. Toda circunferencia queda completamente determinada al conocerse su centro y el radio.
2. El diámetro mide dos veces la longitud del radio, $D = 2r$.
3. El diámetro divide al círculo en dos partes iguales.

Como la circunferencia delimita una *región en el plano* conocida como círculo, podemos calcular su perímetro (longitud) y su área (superficie) empleando las fórmulas adecuadas, al igual que hacemos con otras figuras planas como el triángulos, cuadriláteros o polígonos.

Antes de presentar las fórmulas para calcular el perímetro de una circunferencia y el área del círculo que ésta delimita, definiremos un número que es de suma importancia en las matemáticas y que es indispensable cuando realizamos cálculos relacionados con circunferencia y círculos, el famoso número “pi” (π).

El número π

Existe una cantidad constante que obtenemos al relacionar la longitud y el diámetro de cualquier circunferencia. Esta cantidad constante se obtiene dividiendo la longitud de la circunferencia entre la medida del diámetro correspondiente, por lo que se trata de una razón.

“Pi” es el número que se define como la razón de la longitud de una circunferencia y la de su diámetro. Esta razón tiene un valor constante no exacto 3.141592... y se designa con una letra griega π .

$$\pi = \frac{\text{longitud de la circunferencia}}{\text{longitud del diámetro}} = 3.141592...$$

Conviene observar que π tiene infinitas cifras decimales que no forman ningún período, por lo que se considera como un número *irracional*.

Recuerda



Un **número irracional** es un número que no se puede escribir en fracción y la parte decimal no sigue ningún patrón, es decir, las cifras decimales siguen indefinidamente sin repetirse.

Actualmente muchos matemáticos investigan sobre las cifras del número π y se han calculado millones de cifras de su parte decimal. Sin embargo, para reducir los cálculos tomaremos el valor aproximado de π como **3.1416**.



Hacia el 215 a.C. **Arquímedes de Siracusa** (287 a.C.) escribió la obra “Sobre la medida del círculo”, en la cual llegó a calcular una aproximación de un círculo por un polígono de 96 lados, y concluye que π está entre 3.1412989 y 3.1428265, la mejor aproximación de su tiempo y una de las mejores de toda la historia.

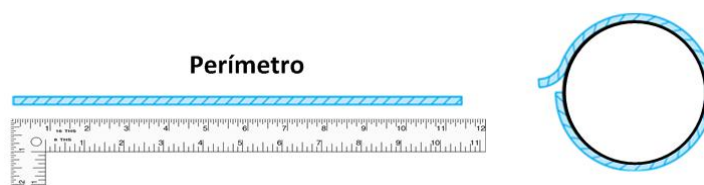
Recuerda



Perímetro de la circunferencia

Dado que la circunferencia es una *línea cerrada* formada por todos los puntos de un plano que “equidistan” de un mismo punto llamado centro, la longitud de esta línea cerrada se denomina **perímetro de la circunferencia**.

Una manera de determinar el *perímetro de una circunferencia* consiste en “rectificarla”, es decir, transformarla en un segmento rectilíneo y con una regla determinar su medida exacta. O bien, podemos abarcar con un hilo flexible una circunferencia y medir luego la longitud del hilo estirado, como se muestra en la figura.



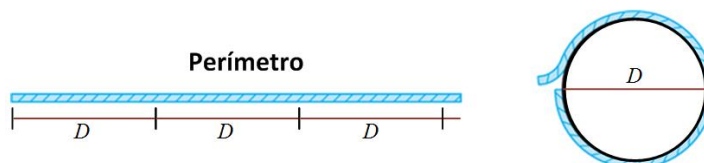
Sin embargo, no siempre es posible hacer este procedimiento y debemos buscar otras formas para calcular el perímetro de una circunferencia.

Hemos visto que π representa la constante universal que nos da la razón de la longitud de cualquier circunferencia y su diámetro. Es por lo tanto el factor por el que hay que multiplicar la longitud del diámetro D de una circunferencia para calcular perímetro, que denotaremos como P .

$$\pi = \frac{\text{longitud de la circunferencia}}{\text{longitud del diámetro}} = \frac{P}{D}$$

$$P = \pi D$$

De la fórmula anterior podemos afirmar que el perímetro P de cualquier circunferencia equivale a π (3.1416) veces la longitud de su diámetro D .



Dicho de otra forma, “el diámetro de cualquier circunferencia cabe 3.1416 veces en su perímetro”.

Como sabemos que el diámetro de una circunferencia equivale a dos veces el radio, $D = 2r$, también podemos calcular el perímetro de una circunferencia conociendo el valor del radio mediante la siguiente fórmula

$$P = 2\pi r$$

Por otra parte, si lo que queremos es calcular la longitud del *diámetro* o del *radio* de la circunferencia, deberemos despejar estas variables de las fórmulas correspondientes

$$D = \frac{P}{\pi} \quad ; \quad r = \frac{P}{2\pi}$$

Ejemplo 1:

Se van a hacer unos dulceros para una fiesta infantil forrando con papel latas vacías de leche en polvo. Para recortar las piezas de papel se requiere saber la longitud de la circunferencia de las latas. ¿Cuánto mide esta longitud si se sabe que las latas tienen un radio de 6.5 cm?

Para encontrar la respuesta podemos emplear cualquiera de las fórmulas que tenemos para calcular el perímetro de una circunferencia.

Si empleamos la fórmula $P = \pi D$, debemos de multiplicar la magnitud del radio por 2, pues sabemos que $D = 2r$. Por lo tanto, como $r = 6.5$ cm, entonces $D = 2(6.5 \text{ cm}) = 13$ cm, por lo que

$$\begin{aligned} P &= \pi D = 3.1416(13 \text{ cm}) \\ &= 40.84 \text{ cm} \end{aligned}$$

Si empleamos la fórmula $P = 2\pi r$, podemos utilizar directamente el dato que nos dan, es decir, la magnitud del radio, $r = 6.5$ cm. Entonces

$$\begin{aligned} P &= 2\pi r = 2(3.1416)(6.5 \text{ cm}) \\ &= 40.84 \text{ cm} \end{aligned}$$

Observa que no importa cuál de las dos fórmulas utilicemos, llegaremos al mismo resultado siempre y cuando ambas fórmulas sean empleadas de manera correcta.

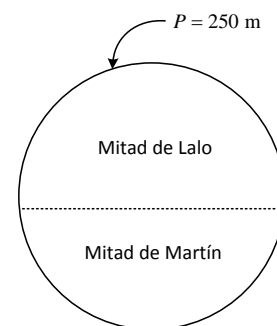
Ejemplo 2:

Don Miguel tiene cercado un terreno circular que tiene de perímetro 250 m y quiere repartirlo de forma equitativa entre dos de sus hijos Lalo y Martín. ¿Cuántos metros de malla necesita Don Miguel para dividir el terreno en dos partes iguales?

En ocasiones, cuando tenemos que resolver un problema que implique utilizar las matemáticas, es recomendable representarlo por medio de un esquema o dibujo. En la siguiente figura te mostramos una representación de este problema.

Nota que la línea punteada corresponde al diámetro de la circunferencia que delimita el terreno, pues sabemos que el diámetro divide al círculo en dos partes iguales. Por lo tanto en el problema nos piden encontrar el diámetro del terreno, sabiendo que éste tiene un perímetro $P = 250$ m. Así que, despejando D de la fórmula para el perímetro de una circunferencia $P = \pi D$, tenemos que

$$D = \frac{P}{\pi} = \frac{250 \text{ m}}{3.1416} = 79.58 \text{ m}$$



Área del círculo

Al igual que sucede con otras figuras planas como triángulos, cuadriláteros y polígonos, los círculos abarcan una determinada superficie en el plano.

Se llama área de una figura plana a la medida de la superficie que ocupa. El **área del círculo** A se halla multiplicando π por el cuadrado del radio r .

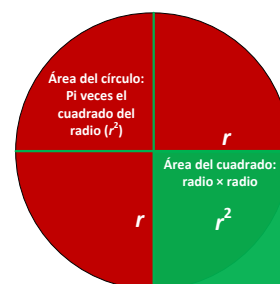
$$A = \pi r^2$$

Recuerda



Mientras **el perímetro es la medida del contorno** de una figura, **el área es la medida de la superficie** que abarca la figura, es decir una medida de su interior.

La fórmula para calcular el área de un círculo, $A = \pi r^2$, nos dice que π es también la relación que existe entre el área del círculo (en rojo en la figura de la derecha) y el cuadrado construido sobre uno de sus radios (en verde en la figura de la derecha). Lo anterior quiere decir que el área del cuadrado que tiene como lado el radio de un círculo cabe 3.1416 veces en el área del círculo del mismo radio.



La fórmula para calcular el área de un círculo es muy famosa en la geometría y ésta se debe a Arquímedes de Siracusa (215 a.C). Existen muchas formas de demostrar esta fórmula, sin embargo aquí sólo te hemos dado una interpretación geométrica de ella.

Ejemplo 3:

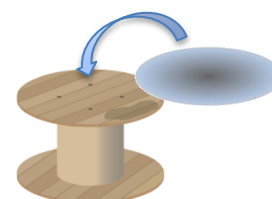
Considera el problema del ejemplo 1. Si sabemos que las latas con las que se van a hacer los dulceros miden 6.5 cm de radio y se requiere hacerles unas tapas circulares de papel, ¿Cuál es el área de cada tapa de papel?

Para determinar el área de las tapas circulares basta con emplear la fórmula para calcular el área de un círculo conociendo la medida de su radio

$$\begin{aligned} A &= \pi r^2 = 3.1416(6.5 \text{ cm})^2 \\ &= 3.1416(42.25 \text{ cm}^2) \\ &= 132.73 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Ejemplo 4:

Se va a acondicionar un carrete de cable como mesa de centro y para ello se requiere cortar una pieza circular de vidrio que cubra exactamente la tapa superior del carrete (como se muestra en la figura). Si lo único que se sabe es que la tapa superior del carrete tiene un perímetro de 157 cm, ¿Cuál será el área de la pieza circular de vidrio que se debe cortar?



En este problema partimos del perímetro de una circunferencia y lo que queremos es calcular el área de un círculo que cubrirá exactamente a ésta.

Entonces el problema lo solucionamos en dos pasos:

1. A partir del perímetro $P = 157 \text{ cm}$ calculamos el radio r de la circunferencia de la tapa superior del carrete.

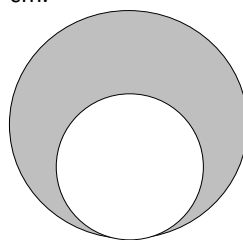
$$r = \frac{P}{2\pi} = \frac{157 \text{ cm}}{2(3.1416)} = \frac{157 \text{ cm}}{6.2832} = 25 \text{ cm}$$

2. Con el radio de la circunferencia $r = 25 \text{ cm}$ calculamos el valor del área A de la pieza circular de vidrio.

$$\begin{aligned} A &= \pi r^2 = 3.1416(25 \text{ cm})^2 = 3.1416(625 \text{ cm}^2) \\ &= 1963.5 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Actividad 1

Calcula el área de la región sombreada en la siguiente figura, suponiendo que el radio del círculo mayor vale 6 cm y el diámetro del círculo menor vale 7 cm.

**Cierre:**

Antes de finalizar retomemos, ya con los conocimientos que has adquirido, la situación planteada en la introducción para darle solución:

En el patio de la casa de José hay un tambo de forma cilíndrica en el que se almacena agua. En otoño caen muchas hojas de árbol al tambo, pues está descubierto, y por tal motivo el papá de José ha hecho una tapa circular de madera que cubre exactamente superficie superior del tambo.

José recordó que en la escuela recientemente había aprendido algunas cosas sobre las superficies circulares y se propuso determinar el perímetro de la tapa que hizo su papá y la superficie que ésta cubre. ¿A qué resultados llegó José si encontró que el diámetro de la tapa del tambo medía 1.4 m?

Ya sabemos que, cuando conocemos el diámetro D de una circunferencia, calculamos el *perímetro* P de la circunferencia como $P = \pi D$, por lo tanto, el perímetro de la tapa es

$$P = \pi D = 3.1416(1.4 \text{ m}) = 4.4 \text{ m}$$

Ahora, para calcular la superficie o área A debemos dividir el diámetro D entre 2 para obtener el radio r , ya que sabemos que en toda circunferencia $D = 2r$, o lo que es lo mismo, $r = \frac{D}{2}$, por lo que

$$r = \frac{D}{2} = \frac{1.4 \text{ m}}{2} = 0.7 \text{ m}$$

Finalmente, ya que tenemos el valor del radio r , podemos calcular la superficie que cubre la tapa con la fórmula para calcular el área de un círculo, $A = \pi r^2$, es decir,

$$\begin{aligned} A &= \pi r^2 = 3.1416(0.7 \text{ m})^2 \\ &= 3.1416(0.49 \text{ m}^2) \\ &= 1.54 \text{ m}^2 \end{aligned}$$

En este tema te hemos presentado algunas maneras de resolver problemas en los que se tiene que calcular el área, el perímetro, el diámetro o el radio de objetos circulares. Ya te has dado cuenta lo importante que es comprender la relación existente entre los distintos elementos y magnitudes de la circunferencia y círculo para resolver situaciones de la vida cotidiana. No olvides identificar en cada problema los datos que te proporcionan para que a partir de ellos puedas determinar la o las fórmulas que requieres emplear para obtener la solución.

Para saber más...

<http://www.genmagic.org/mates2/cir1c.swf>

<http://aula2.elmundo.es/aula/laminas/lamina1082971116.pdf>

http://www.lamanzanadenewton.com/curiosidades/lecturas/lmn_lect09.html

Evaluación:

Para finalizar el tema te pedimos que resuelvas la siguiente evaluación.

Indicaciones: En cada uno de los siguientes reactivos, selecciona la opción que corresponda a la respuesta correcta.

1. En un carrete de radio igual a 3 cm se ha enredado 4 veces una cinta. ¿Cuál es la longitud de la cinta?

- A) 113.09
- B) 75.398
- C) 50.796
- D) 37.699

2. Calcula el área en cm^2 que ocupa la base de una lata cilíndrica cuyo diámetro mide 10 cm. Considera que el valor de $\pi = 3.1416$.

- A) 15.71
- B) 31.32
- C) 78.54
- D) 314.16

3. Se va a construir un estadio de fútbol y para restringir el paso al área de trabajo se ha colocado una malla de 15,708 m, formando una circunferencia. ¿Cuál es el área de construcción en m^2 ?

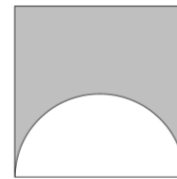
- A) 78,540,000
- B) 19,635,000
- C) 7851
- D) 5000

4. Se tiene un círculo que mide 3.1416 m^2 de área. ¿Cuál es el área de un círculo con el doble de radio que el círculo anterior?

- A) 6.283
- B) 9.870
- C) 12.566
- D) 39.478

5. Si el lado del cuadrado en la figura mostrada mide 2.5 cm, ¿cuál es el área en cm^2 de la región sombreada en la figura?

- A) 1.34
- B) 3.80
- C) 4.91
- D) 6.25



TEMA 8. PROPORCIONALIDAD MÚLTIPLE**Bloque V****Eje temático:** Manejo de la información**Tema:** Proporcionalidad y funciones**Contenido:** Resolución de problemas de proporcionalidad múltiple**Aprendizaje esperado:**

Resuelve problemas de proporcionalidad múltiple en situaciones de valor faltante que impliquen tres o más conjuntos de cantidades.

**Introducción:**

Para hacer un regalo, Rocío ha comprado una caja de forma cuadrangular, es decir, tiene la forma de un prisma cuadrangular la cual mide de base 4 centímetros por lado, y tiene una altura de 8 centímetros, por tanto su volumen es de 128 centímetros cúbicos. Pero la mamá de Rocío necesita una caja más grande, que tenga de base 12 centímetros por lado y una altura de 24 centímetros, es decir, el triple de las dimensiones de la caja anterior. ¿Cuánto de volumen tendrá la caja con estas últimas medidas?

Existen problemas donde intervienen más de dos relaciones de proporcionalidad, mismas que pueden o no tener el mismo sentido, es decir, no necesariamente tienen que ser todas de proporcionalidad directa o inversa. En este tema aprenderás cómo resolver problemas en los cuales hay dos o más conjuntos de cantidades que se encuentran en proporción directa o proporción inversa con otra cantidad. A este tipo de problemas se les llama problemas de **proporcionalidad múltiple**.

Desarrollo:

A continuación te presentamos información necesaria para poder resolver problemas como el de la introducción. Se resolverán algunos ejercicios acerca de diferentes situaciones de la vida cotidiana donde es necesaria una solución de esta naturaleza. Concluiremos con algunos ejercicios donde tendrás la oportunidad de aplicar lo aprendido.

Las proporciones y el volumen

Al calcular el volumen de algunos objetos geométricos estamos en una de las situaciones en las que surgen problemas de proporcionalidad múltiple.

Por ejemplo, con el prisma rectangular de la derecha, al hacer variaciones en alguna de sus dimensiones, podemos completar la siguiente tabla:



Largo del prisma (cm)	Ancho del prisma (cm)	Altura del prisma (cm)	Volumen del prisma (cm ³)
8	4	6	192
16	4	6	384
4	4	6	96
2	4	6	48

El **volumen** de un prisma rectangular se calcula multiplicando el largo por el ancho por la altura del prisma, es decir,

$$V = \text{Largo} \times \text{Ancho} \times \text{Altura}$$

Recuerda



En la tabla anterior puede observarse que el ancho y la altura del prisma permanecen fijas mientras que el largo está variando, por tanto el volumen también está variando. Observa que si el **largo** aumenta lo doble el volumen también aumenta lo doble, si disminuye a la mitad el largo el volumen también disminuye a la mitad, por tanto se tiene que el largo del prisma y el volumen son dos cantidades directamente proporcionales y, en este caso, la constante de proporcionalidad es 24 (cociente de el volumen y el largo).

Dos conjuntos de cantidades son **directamente proporcionales** si al aumentar una cantidad la otra también aumenta en la misma proporción o si una disminuye, la otra cantidad también disminuye en la misma proporción. Dos conjuntos de cantidades son **inversamente proporcionales**, cuando al aumentar una cantidad al doble, triple, etc., la otra cantidad correspondiente disminuye a la mitad, triple, etc., o viceversa.

Recuerda



Ahora, si variamos la altura del prisma y dejamos fija la medida del ancho y largo, se tiene la siguiente tabla:

Largo del prisma (cm)	Ancho del prisma (cm)	Altura del prisma (cm)	Volumen del prisma (cm ³)
8	4	6	192
8	4	12	384
8	4	18	576
8	4	3	96

Observa que, si la **altura** del prisma aumenta lo doble el volumen también aumenta lo doble, si aumenta al triple la altura también el volumen aumenta al triple. Por tanto, en este caso la altura y el volumen del prisma son también cantidades directamente proporcionales y la constante de proporcionalidad es 32 (cociente del volumen y la altura).

Las situaciones de **proporcionalidad múltiple** se caracterizan por que dos o más cantidades se encuentran relacionadas proporcionalmente con otra cantidad.

En el ejemplo del prisma rectangular vimos que hay proporcionalidad directa entre una medida y el volumen si dejamos fijas a las otras dos.

Otra situación que tenemos de proporcionalidad múltiple es cuando variamos dos medidas a la vez. Refiriéndonos al mismo prisma, veamos la siguiente tabla:

Largo del prisma (cm)	Ancho del prisma (cm)	Altura del prisma (cm)	Volumen del prisma (cm ³)
8	4	6	192
16	4	12	768
32	4	18	2304
4	4	3	48

Observa que el volumen con respecto a las medidas originales del prisma aumenta cuatro veces si el largo y la altura del prisma aumentan lo doble, que aumenta nueve veces si las respectivas medidas que estamos variando aumentan lo triple y finalmente que la medida del volumen disminuye cuatro veces si el largo y la altura del prisma disminuyen a la mitad. Pero, ¿de dónde se obtiene el número de veces que corresponde aumentar o disminuir al volumen?

En el caso en que el volumen aumenta cuatro veces, se debe a que el largo del prisma aumentó 2 veces su medida original y también la altura aumento 2 veces, por tanto multiplicamos estos números, es decir $2 \times 2 = 4$. Cuando el volumen aumenta nueve veces es porque el largo y la altura del prisma aumentan tres veces, es decir $3 \times 3 = 9$. Cuando el volumen del prisma original disminuye cuatro veces, se debe a que tanto el largo como la altura del prisma original disminuyen a la mitad de la medida original, así $\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$.

De la misma forma, si todas las dimensiones del prisma aumentan al triple entonces, el volumen del prisma que se obtiene es 5184 cm^3 . El volumen del prisma original aumentó 27 veces ($27 \times 192 = 5184$), ya que cada dimensión del prisma original aumentó 3 veces, luego $3 \times 3 \times 3 = 27$.

Si el largo y el ancho del prisma aumentan lo doble y la altura aumenta lo triple, entonces el volumen del nuevo prisma es 2304 cm^3 . El volumen del prisma aumentó 12 veces ya que $2 \times 2 \times 3 = 12$, así $12 \times 192 = 2304$.

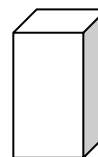
Si el largo del prisma disminuye cuatro veces y el ancho aumenta 3 veces, entonces el volumen del nuevo prisma es 144 cm^3 . El número de veces que se debe multiplicar el volumen del prisma original es $\frac{3}{4}$, ya que disminuir 4 veces y aumentar 3 veces las medidas correspondientes del prisma significa que debemos multiplicar $\frac{1}{4} \times 3 = \frac{3}{4}$. Por tanto $\frac{3}{4} \times 92 = 144$.

En algunas situaciones de proporcionalidad múltiple, como en la del prisma rectangular, si dos o más de las cantidades varían al mismo tiempo, por ejemplo si el largo aumenta m veces y al mismo tiempo la altura aumenta n veces, pero el ancho del prisma permanece fijo, entonces el volumen del prisma original aumenta $m \times n$ veces. Más aún, si el ancho del prisma también aumenta p veces, entonces el volumen del prisma original aumenta $m \times n \times p$ veces.

Actividad 1 De acuerdo a las medidas del prisma cuadrangular de la derecha responde lo siguiente



1. Si los lados de la base aumentan al triple, ¿cuál es volumen del prisma que se obtiene?
2. Si uno de los lados de la base del prisma aumenta al triple y la altura disminuye a la mitad, ¿cuál es volumen del prisma que se obtiene?



Lado de la base: 2 cm
Altura: 4 cm
Volumen: 16 cm^3

El ejemplo que te mostramos a continuación corresponde a una situación de proporcionalidad múltiple en la que los conjuntos de cantidades involucradas se relacionan en proporcionalidad tanto directa como inversa.

Miguel tiene una semana que entró a trabajar a una empresa de banquetes y para el próximo evento su jefe le pidió que se hiciera cargo de preparar suficiente agua de frutas para ofrecer a los invitados. Si en su primer evento Miguel notó que durante 6 horas los invitados de 12 mesas consumieron 144 litros de agua. ¿Cuántos litros de agua deberá preparar Miguel si este evento durará 3 horas y se pondrán 60 mesas para los invitados?

Para solucionar este problema es útil elaborar la siguiente tabla:

Horas que dura el evento	Número de mesas	Litros de agua
6	12	144
12	12	288
3	12	72
2	36	144
3	24	144
12	6	144
18	4	144
1	1	2

De la tabla anterior se tiene que para 12 mesas durante 3 horas se necesitan 72 litros de agua, por tanto para 60 mesas $12 \times 5 = 60$, debemos multiplicar el número de litros correspondiente por 5 también, $72 \times 5 = 360$, lo que significa que Miguel deberá preparar 360 litros de agua para atender a las 60 mesas durante las 3 horas que dura el evento.

Más aun, de la tabla anterior se pueden hacer las siguientes observaciones:

- En los renglones coloreados de azul, si dejamos fijo el número de mesas entonces, el número de horas del evento y la cantidad de agua son **directamente proporcionales**, la constante de proporcionalidad es 24 (el cociente de los pares de cantidades).
- En los renglones coloreados de verde, si dejamos fijo el número de litros de agua entonces, el número de horas del evento y el número de mesas son cantidades **inversamente proporcionales**, la constante de proporcionalidad inversa es 72 (el producto de los pares de cantidades).
- En el renglón de color naranja se tiene el valor que corresponde a las unidades, lo cual quiere decir que en 1 mesa, durante 1 hora se consumen 2 litros de agua, por tanto, si queremos calcular la cantidad de agua para 60 mesas durante 3 horas se debe multiplicar $2 \times 3 \times 60 = 360$ y obtenemos la misma solución.

Cuando se tratan problemas de proporcionalidad múltiple puede suceder que, cuando una de las cantidades permanece fija las otras dos cantidades son directamente proporcionales o inversamente proporcionales.

Una de las técnicas útiles para resolver problemas de proporcionalidad múltiple es encontrar el valor que corresponde a las **unidades**. Para ello dejamos fija la primera cantidad y reducimos la segunda hasta la unidad, modificando los valores de la tercera cantidad en la proporción correspondiente. Después hacemos la reducción hasta la unidad de la segunda cantidad.

Actividad 2

Para una excursión, se calcula que se necesitan 24 litros de agua, por cada 2 días, para cada 3 niños que participan. Con esta información responde lo siguiente:

1. ¿Cuántos litros de agua se necesitan, si la excursión es durante una semana y participan 120 niños?
2. Si se deja fijo el número de niños, ¿Qué tipo de proporcionalidad se tiene entre el número de días y la cantidad de agua? ¿Cuál es la constante de proporcionalidad correspondiente?
3. Si en la excursión participan 60 niños, ¿Cuántos litros de agua se necesita para una semana?

Reconsideremos ahora la situación planteada en la introducción:

“Para hacer un regalo, Roció ha comprado una caja de forma cuadrangular, es decir, tiene la forma de un prisma cuadrangular la cual mide de base 4 centímetros por lado, y tiene una altura de 8 centímetros, por tanto su volumen es de 128 centímetros cúbicos. Pero la mamá de Roció necesita una caja más grande, que tenga de base 12 centímetros por lado y una altura de 24 centímetros, es decir, el triple de las dimensiones de la caja anterior. ¿Cuánto de volumen tendrá la caja con estas últimas medidas?”

De acuerdo con lo que hemos visto, debemos calcular el número por el que se debe multiplicar el volumen del prisma original para obtener el volumen del nuevo prisma. Como las dimensiones del prisma aumentaron cada una al triple y tenemos tres medidas que son, el largo, ancho y altura del prisma, multiplicamos por $3 \times 3 \times 3 = 27$ veces, que es el número que buscamos, por tanto el volumen que tendrá la caja con las nuevas medidas es $27 \times 128 = 3456 \text{ cm}^3$.

Nota que, si calculamos el volumen del nuevo prisma aplicando la fórmula obtenemos que $12 \times 12 \times 24 = 3456$, que es la misma respuesta, pero resulta más práctico aplicar el procedimiento de proporcionalidad múltiple.

Cierre:

En este tema te hemos presentado algunas maneras de resolver problemas de proporcionalidad múltiple. Con los ejemplos presentados y actividades desarrolladas pudiste notar que incluso se presentan problemas en los que se puede tener a la vez una proporcionalidad directa y otra proporcionalidad inversa. En particular se resolvieron problemas de calcular el volumen de un prisma rectangular y calcular cómo varía el volumen cambiando las dimensiones del prisma.

Recuerda que en este tipo de problemas siempre es de mucha utilidad encontrar el valor que corresponde a las **unidades**. Para ello dejamos fija la primera cantidad y reducimos la segunda hasta la unidad, modificando los valores de la tercera cantidad en la proporción correspondiente. Después hacemos la reducción hasta la unidad de la segunda cantidad.

Puedes encontrar más información sobre este tema en los enlaces que te proporcionamos a continuación.

Para saber más...

http://www.telesecundaria.dgme.sep.gob.mx/interactivos/2_segundo/2_Matematicas/2m_b01_t08_s01_descartes/TS_1_index.html

http://www.telesecundaria.dgme.sep.gob.mx/interactivos/2_segundo/2_Matematicas/2m_b01_t07_s01_descartes/TS_1_index.html

Evaluación:

Para finalizar el tema te pedimos que resuelvas la siguiente evaluación.

Indicaciones: En cada uno de los siguientes reactivos, selecciona la opción que corresponda a la respuesta correcta.

1. Se tiene un prisma que mide 4 cm de largo, 3 cm de ancho y 6 cm de alto, por lo que su volumen es 72 cm^3 . Si se tiene otro prisma con el doble del largo, el triple del ancho y una altura 4 veces mayor, ¿cuál es el volumen del nuevo prisma en cm^3 ?

- A) 288
- B) 648
- C) 1728
- D) 1944

2. Se tiene un prisma con un volumen de 160 cm^3 . Si tenemos un segundo prisma con la mitad de altura del anterior pero con un ancho del triple del anterior. ¿Cuál es el volumen del segundo prisma en cm^3 ?

- A) 240
- B) 320
- C) 480
- D) 960

3. En el campo 10 tractores consumen durante 6 horas de trabajo 360 litros de gasolina. Si se descompone 4 tractores y se quiere consumir la misma gasolina, ¿cuántas horas deberán operar los tractores restantes?

- A) 6
- B) 8
- C) 10
- D) 12

4. Para construir un muro en una escuela se han contratado 5 albañiles para su construcción. Si dos albañiles construyeron un muro de 12 m^2 de superficie en 3 horas y suponiendo que el trabajo es proporcional, ¿Qué superficie en m^2 construirán los 5 albañiles contratados en 4 horas?

- A) 16
- B) 40
- C) 48
- D) 60

5. En una fábrica donde se elaboran vestidos, 30 máquinas tejen 2400 metros de tela en 20 días, ¿Cuántos metros de tela se tejen en 14 días si se ocupan 15 máquinas iguales?

- A) 400
- B) 840
- C) 1200
- D) 1680

RESPUESTAS DE LAS ACTIVIDADES

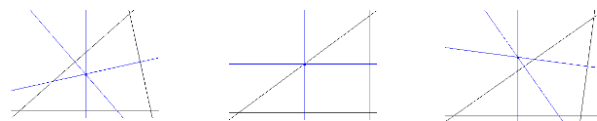
TEMA 1 GEOMETRÍA Y EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Actividad 1 (Pág. 45)

- Perímetro:** El producto de 3 por 7 cm; o la suma de 3 veces 7 cm.
- Área:** La mitad del producto de 12 cm por 7 cm.
- Perímetro:** El producto de 4 por 5 cm, o la suma de 4 veces 5 cm.
Área: 5 cm elevado al cuadrado.
- Perímetro:** El producto de 2 por 6 cm, más el producto de dos por 2 cm; o la suma de 2 veces 6 cm, más la suma de dos veces 2 cm.
Área: El producto de 6 cm por 2 cm.
- Perímetro:** El producto de 6 por 15 cm, o la suma de 6 veces 15 cm.
Área: La mitad del producto de 90 cm por 13 cm.
- Perímetro:** El producto del número "pi" por 9 cm.
Área: El producto del número "pi" por el cuadrado de 4.5 cm.

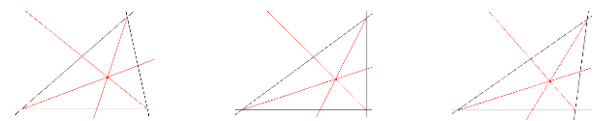
TEMA 2 RECTAS Y PUNTOS NOTABLES DEL TRIÁNGULO

Actividad 1 (Pág. 49)



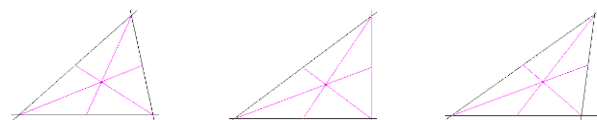
El **circuncentro** puede localizarse en la *región interna* o en la *externa* al triángulo, dependiendo del tipo de triángulo del que se trate.

Actividad 2 (Pág. 49)



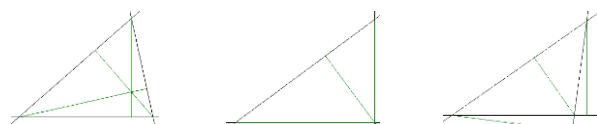
El **incentro** se localiza siempre en la *región interna* del triángulo, independientemente del tipo de triángulo del que se trate.

Actividad 3 (Pág. 50)



El **baricentro** se localiza siempre en la *región interna* del triángulo, independientemente del tipo de triángulo del que se trate.

Actividad 4 (Pág. 50)



El **ortocentro** puede localizarse en la *región interna* o en la *externa* al triángulo, dependiendo del tipo de triángulo del que se trate.

TEMA 3 DISTRIBUCIÓN DE FRECUENCIAS

Actividad 1 (Pág. 54)

- | | |
|--------------------------|--------------------------|
| 1. Cualitativa | 6. Cuantitativa/discreta |
| 2. Cuantitativa/continua | 7. Cualitativa |
| 3. Cualitativa | 8. Cuantitativa/continua |
| 4. Cuantitativa/discreta | 9. Cuantitativa/continua |
| 5. Cualitativa | 10. Cualitativa |

Actividad 2 (Pág. 58)

- 136 cm / 5 veces
- 12 alumnos
- 85%
- 75%
- 80%

Actividad 3 (Pág. 58)

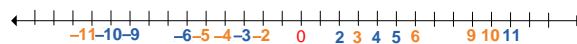
Con 6 intervalos y amplitud = 5

- 50%
- 9 autos
- Intervalo: 71 – 75;
Frecuencia = 9

TEMA 4 NÚMEROS CON SIGNO

Actividad 1 (Pág. 63)

- Números en azul; simétricos en naranja



-

$$\begin{array}{lll} 9 - 3 = 6 & 15 - 10 = 5 & 11 - (-2) = 13 \\ 6 - (-7) = 13 & -2 - (-15) = 13 & \end{array}$$

TEMA 5 POTENCIAS Y RAÍZ CUADRADA

Actividad 1 (Pág. 67)

$$\begin{array}{l} 11^2 = 11 \times 11 = 121 \\ 6^3 = 6 \times 6 \times 6 = 216 \\ 5^4 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 = 625 \\ 3^5 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 = 243 \\ 2^6 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 64 \end{array}$$

Actividad 2 (Pág. 68)

$50 = 10 \times 5$	$24 = 6 \times 4$	$32 = 4 \times 8$
$= 7.5 \times 6.67$	$= 5 \times 4.8$	$= 6 \times 5.33$
$= 7.085 \times 7.057$	$= 4.9 \times 4.89$	$= 5.66 \times 5.547$
$= 7.071 \times 7.071$	$= 4.89 \times 4.89$	$= 5.65 \times 5.65$
$\sqrt{50} = 7.071$	$\sqrt{24} = 4.89$	$\sqrt{32} = 5.65$

TEMA 6 SUCESIONES DE NÚMEROS CON SIGNO

Actividad 1 (Pág. 75)

Sucesión	Regla algebraica
(e) $-11, -6, -1, 4, 14, 19, 24, \dots$	a) $4n - 15$
(b) $-13, -8, -3, 2, 7, 12, 17, \dots$	b) $5n - 18$
(c) $-7, -3, 1, 5, 9, 13, 17, 21, \dots$	c) $4n - 11$
(a) $-11, -7, -3, 1, 5, 9, 13, \dots$	d) $-4n + 10$
(d) $6, 2, -2, -6, -10, -14, -18, \dots$	e) $5n - 16$

- 569
- 45

TEMA 7 CÍRCULO Y CIRCUNFERENCIA

Actividad 1 (Pág. 82)

$$A = 115.45 \text{ cm}^2$$

TEMA 8 PROPORCIONALIDAD MÚLTIPLE

Actividad 1 (Pág. 86)

$$\begin{array}{l} 1. V = 144 \text{ cm}^3 \\ 2. V = 24 \text{ cm}^3 \end{array}$$

Actividad 2 (Pág. 88)

- 3360 litros
- Directa; constante = 4
- 1680 litros

RESPUESTAS DE LAS EVALUACIONES

TEMA 1

No.	A	B	C	D
1.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
2.	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3.	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4.	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
5.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>

TEMA 2

No.	A	B	C	D
1.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
2.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
3.	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
5.	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

TEMA 3

No.	A	B	C	D
1.	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2.	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
4.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>

TEMA 4

No.	A	B	C	D
1.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
2.	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
4.	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
5.	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

TEMA 5

No.	A	B	C	D
1.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
2.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
3.	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4.	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
5.	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

TEMA 6

No.	A	B	C	D
1.	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2.	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
4.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>
5.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>

TEMA 7

No.	A	B	C	D
1.	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
2.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
3.	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
4.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
5.	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

TEMA 8

No.	A	B	C	D
1.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
2.	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
3.	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>
4.	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>
5.	<input type="radio"/>	<input checked="" type="radio"/>	<input type="radio"/>	<input type="radio"/>

Desarrollo de Habilidades
**Comunicativas
y Matemáticas**

Secundaria

1er. Grado